

## 등가 자기모델과 매질민감도법을 이용한 강자성체 판에 분포하는 영구자화에 기인한 자기장 신호분석

정기우 · 김동욱 · 김동훈\*

경북대학교 전기공학과, 대구시 북구 산격동, 702-701

양창섭 · 정현주

국방과학연구소, 경남 진해시, 645-600

(2010년 5월 19일 받음, 2010년 6월 7일 최종수정본 받음, 2010년 6월 7일 게재확정)

본 논문에서는 강자성 선체에 존재하는 영구자화 분포에 기인한 자기장 신호를 예측하고자 연속체역학에 기반을 둔 매질민감도법과 등가 자기 모델을 결합한 역문제 해석 기법을 제시한다. 이를 위하여 3차원 자기전하 모델과 2차원의 등가 자기쌍극자 모델을 구축하였고 각각의 등가모델에 맞는 매질민감도 공식을 유도하였다. 매질민감도법은 자기전하나 자기쌍극자 변화에 대한 목적함수의 1차 미분정보를 제공하고 설계변수의 개수에 영향을 받지 않기 때문에 최적해를 빠른 시간에 도출할 수 있다. 제안된 해석 기법의 타당성을 검증하기 위해서 실험을 통해 측정된 자기장 신호와 각각 등가모델에 의한 역문제 해석을 통해 얻어진 예측치를 비교하였다.

**주제어** : 역문제, 자기전하, 자기쌍극자, 매질민감도

### I. 서 론

제 2차 세계대전에서 함정을 격침시키기 위해 사용된 기뢰는 그 효율성이 검증된 무기로서 지금도 함정의 운항 및 임무 수행에 큰 장애 요소이다. 기뢰는 초기 탐침 접촉에 의해 폭발하는 계류 촉발식에서 전자기장 신호, 함정 소음 및 진동에 따라 발생하는 수압 변화 등에 반응하는 감응식 기뢰로 발전하였다. 특히, 현대에는 고감도 자기센서의 개발로 강자성 선체에 기인한 자기장 외란신호를 기뢰의 주요 동작원으로 사용하고 있어 그 위험성이 커지고 있다. 이러한 기뢰로부터 함정의 안전과 효과적인 임무 수행을 위해서 함정의 자기 정숙화가 필요하다.

함정에서 발생하는 자기장 신호는 크게 두 가지로 지자계에 놓인 선체가 유도되어 나타나는 유도자화 성분과 제작 과정, 재질 피로 등 다양한 요인에 의해 발생하는 영구자화 성분으로 구분된다. 영구자화 성분인 경우 유도자화 성분과는 달리 정밀 자기장 해석을 통해서도 예측이 불가능하다[1, 2]. 따라서 함정의 자기장 외란신호를 효과적으로 줄이기 위해서는 영구자화 성분에 대한 분석이 선행되어야 한다.

선진국인 경우 영구자화 성분을 예측하기 위해서 터커노브 정규화(Tikhonov's regularization)법을 이용하고 있지만 센서 위치 및 설치가 모호하며 정규화 과정에서 주어지는 매개변수 선정 및 계산이 복잡하여 적용 시 많은 주의가 요구된다

[3, 4].

본 논문에서는 이러한 단점을 극복하고자 매질민감도법과 등가 자기모델을 결합한 영구자화 분포에 대한 역문제 해석 기법을 제시하였다. 연속체역학에 기반을 둔 매질민감도법은 자기전하(이하 자하)나 자기쌍극자 등의 자기원의 변화에 따라 목적함수의 변화인 1차 미분 정보를 제공하기 때문에 설계 변수 개수에 따른 제약이 없으므로 빠르게 최적해를 찾을 수 있다[5, 6]. 또한 등가 자하 모델(magnetic charge model)과 등가 자기쌍극자 모델(magnetic dipole moment model)을 도입하여 해석해야 할 시스템의 미지수 개수를 줄였다. 제시한 기법의 정확성과 효율성을 검증하기 위하여 실험을 통한 자기장 신호 측정치와 역문제 해석으로 계산된 예측치를 비교하였다.

### II. 등가모델

강자성 재질의 선체가 지자계에 노출된 경우, 자계세기  $\vec{H}$ 는 식 (1)과 같이 함정 외부의 지자계  $\vec{H}_0$ 와 강자성 재질의 유도자화에 의한 자기장(reduced magnetic field)  $\vec{H}_{red}$ 로 나타난다.

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{red} = \vec{H}_0 - grad\phi_m \tag{1}$$

여기서 함정 외란신호  $\vec{H}_{red}$ 는 자기스칼라 포텐셜(magnetic scalar potential)  $\phi_m$ 으로 표현된다.  $\vec{H}_{red}$ 를 발생하는 선체 자화  $\vec{M}$ 은 유도자화  $\vec{M}_{ind}$ 와 영구자화  $\vec{M}_{rem}$ 으로 구분된다.

\*Tel: (053) 950-5603, E-mail: dh29kim@ee.knu.ac.kr

$$\vec{M} = \vec{M}_{ind} + \vec{M}_{rem} \quad (2)$$

그리고 선체 두께가 선체 길이에 비해 충분히 작고 상대 투자율이 크기 때문에 자화 성분은 강자성체 선체에 평행하다고 가정한다.

### 1. 등가 자하 모델

선체에 존재하는 영구자화 성분만을 고려하고자 식 (2)에서 유도자화 성분을 제거한 후,  $\vec{B}$  와  $\vec{H}$  의 구성 방정식을 쓰면 식 (3)과 같다.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}_{rem}) \quad (3)$$

식 (1), (2), (3)의 조합하면 포아송 방정식(Poisson's equation)형태의 선체 표면에 분포하는 자하  $\sigma_{rem}$ 에 대한 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 \Phi_m = \nabla \cdot \vec{M}_{rem} = \sigma_{rem} \quad (4)$$

Fig. 1(a)는 등가 자하 모델로 선체 표면을 사각 요소로 분할한 후, 각 요소 선분의 중심에 영구자화에 등가인 자하를 할당한다. 이 때 자하에 의한 자기장은 다음과 같다.

$$\vec{H}_{red} = \frac{1}{4\pi} \int_l \sigma_{rem} \frac{\vec{r}}{r^3} dl \quad (5)$$

여기서  $l$ 는 판의 두께,  $l$ 은 요소 선분의 길이,  $\vec{r}$ 은 자하로부터 측정점까지의 거리 벡터를 의미한다.

### 2. 등가 자기쌍극자 모델

전류원과 유도자화 성분을 제외한 상태에서 암페어 법칙

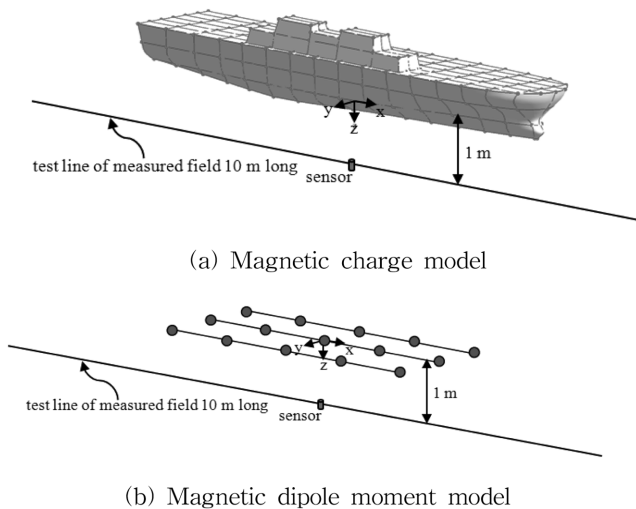


Fig. 1. Two different numerical models of a mock-up ship for solving a 3D magnetostatic inverse problem.

(Ampere's law)과  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  의 구성 방정식을 이용해 영구자화를 식 (6)과 같이 자기벡터 포텐셜  $\vec{A}$ 의 미분형태로 나타내었다.

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \vec{A} - \vec{M}_{rem}) = 0 \quad (6)$$

여기서  $\nu$ 는 자기저항률(magnetic reluctivity)이다.

등가 자기쌍극자 모델에서 Fig. 1(b)와 같이 합정 선체의 영구자화를 평면상의 자기쌍극자 배열을 이용하여 등가화 한다. 이 때 자기쌍극자에 의해서 발생하는 자기장 신호는 다음과 같다.

$$\vec{H}_{red} = -\frac{1}{4\pi} \int_s \vec{M}_{rem} \cdot \vec{n} \frac{\vec{r}}{r^3} dS \quad (7)$$

여기서  $S$ 는 자기쌍극자를 둘러싼 표면으로 합정에 비해 작도록 설정한다.  $\vec{n}$ 은 표면의 수직 벡터,  $r$ 은 자기쌍극자와 측정점까지의 거리를 의미한다.

## III. 매질 민감도

연속체역학과 라그랑지승수법(Lagrange multiplier method)을 기초로 하는 매질민감도법은 맥스웰 방정식(Maxwell's equations)의 변분식으로부터 구해진다. 본 논문에서 두 가지 등가모델에 적용할 수 있는 매질민감도 공식을 각각 유도하여 제시한다.

### 1. 자하 매질민감도

자기장 문제에 대한 목적함수  $F$ 는 일반적으로 식 (8)과 같이 스칼라 함수로 표현된다.

$$F = \int_{\Omega} g(-\mu_0 \nabla \phi_m(p)) d\Omega \quad (8)$$

여기서  $p$ 는 시스템 파라미터이고,  $g$ 는  $\nabla \phi_m$ 의 스칼라 함수로서 시스템 파라미터의 음함수이다. 증대된 라그랑지법(augmented Lagrangian method)에 의해 식 (4)를 식 (8)에 대입하면, 식 (9)의 증대된 목적함수가 된다.

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \int_{\Omega} g(-\nabla \phi_m) d\Omega + \int_{\Omega} \lambda [\nabla^2 \phi_m - \sigma_{rem}] d\Omega \\ &= \int_{\Omega} g(-\nabla \phi_m) d\Omega - \int_{\Omega} \nabla \phi_m \nabla \lambda d\Omega - \int_{\gamma} \sigma_{rem} \lambda d\gamma \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\lambda$ 는 보조변수로 표현된 라그랑지 승수연산자(Lagrange multiplier)로 보조 시스템에서 계산된다. 그리고  $\gamma$ 는 분할된 해석영역  $\Omega$ 를 둘러싼 경계면을 의미한다. 식 (9)에서 시스템 파라미터의 미소변화  $\delta p$ 를 양변에 적용하면 식 (10)과 같다.

$$\delta \bar{F} = \int_{\Omega} \left[ g(\delta \phi_m + \frac{\partial \phi_m}{\partial p} \delta p) \right] d\Omega \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\Omega} \left[ \nabla \left( \delta \phi_m + \frac{\partial \phi_m}{\partial p} \delta p \right) \cdot \nabla \lambda \right. \\
 & \left. + \nabla \phi_m \cdot \nabla \left( \delta \lambda + \frac{\partial \lambda}{\partial p} \delta p \right) \right] d\Omega \\
 & - \int_{\gamma} \left[ \left( \frac{\partial \sigma}{\partial p} \right) \lambda + \sigma_{rem} \left( \delta \lambda + \frac{\partial \lambda}{\partial p} \delta p \right) \right] d\gamma
 \end{aligned}$$

여기서  $g \equiv \partial g / \partial (-\nabla \phi_m)$ 으로 보조 시스템의 가상 소스(pseudo source)를 의미한다. 식 (10)을 간략히 표현하기 위해서  $\partial \lambda + (\partial \lambda / \partial p) \delta p$ ,  $\delta \phi_m + (\partial \phi_m / \partial p) \delta p$ 항을 각각  $\bar{\phi}$ ,  $\bar{\lambda}$ 로 표기하였다.  $\bar{\phi}$  항을 포함하는 우변의 피적분항들은 주 시스템의 변분식과 동일한 형태이므로 생략된다.  $\bar{\lambda}$  항을 포함한 항을 0으로 설정하면 보조 시스템의 변분식이 된다. 식 (10)에서 각 시스템의 변분식을 제거하게 되면 식 (11)과 같이 자하에 대한 매질민감도 공식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\bar{F}}{dp} = \int_{\gamma} \left( - \frac{\partial \sigma_{rem}}{\partial p} \right) \lambda d\gamma \quad (11)$$

### 2. 자기쌍극자 매질민감도

등가 자하 모델과 동일하게 목적함수  $F$ 는 스칼라 함수로 표현되며 이를 식(12)에 나타내었다.

$$F = \int_{\Omega} g(\vec{B}(\vec{p})) d\Omega \quad (12)$$

여기서  $\vec{p}$ 는 시스템 파라미터 벡터이며 스칼라 함수  $g$ 는 시스템 파라미터의 음함수이다. 증대된 라그랑지법과 그린 정리 (Green's theorem)를 이용하여 식 (12)와 식 (6)을 이용하여 증대된 목적함수를 구한다.

$$\bar{F} = \int_{\Omega} g d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\lambda} [-\nabla \times (\nu \nabla \times \vec{A} - \vec{M}_{rem})] d\Omega \quad (13)$$

여기서  $\vec{\lambda}$ 는 벡터량을 가지는 보조변수를 의미한다. 만약 시스템 파라미터  $\vec{p}$ 가 미소변화  $\delta \vec{p}$ 만큼 변한다면 식 (13)은 식 (14)로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \delta \bar{F} = & - \int_{\Omega} \left[ g \cdot \left( \delta \vec{A} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{p}} \delta \vec{p} \right) \right] d\Omega \quad (14) \\
 & - \int_{\Omega} \left[ \nu_0 \nabla \times \left( \delta \vec{A} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{p}} \delta \vec{p} \right) \cdot (\nabla \times \vec{\lambda}) \right. \\
 & \left. - \nu_0 (\nabla \times \vec{A}) \cdot \nabla \times \left( \delta \vec{\lambda} + \frac{\partial \vec{\lambda}}{\partial \vec{p}} \delta \vec{p} \right) \right] d\Omega \\
 & + \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial \vec{M}_{rem}}{\partial \vec{p}} \delta \vec{p} \cdot (\nabla \times \vec{\lambda}) \right. \\
 & \left. + \vec{M}_{rem} \cdot \nabla \times \left( \delta \vec{\lambda} + \frac{\partial \vec{\lambda}}{\partial \vec{p}} \delta \vec{p} \right) \right] d\Omega
 \end{aligned}$$

여기서  $g$ 는  $\partial g / (\partial \nabla \times \vec{A})$ 로 정의되며 보조 시스템의 가상 소스를 의미한다. 식 (14)를 간략화하기 위해서  $\vec{\lambda} = \delta \vec{A} + (\partial \vec{A} / \partial \vec{p}) \delta \vec{p}$ ,  $\vec{A} = \delta \vec{\lambda} + (\partial \vec{\lambda} / \partial \vec{p}) \delta \vec{p}$ 로 치환한다. 이후 자하 매질민감도와 동일한 과정을 적용하면 최종적으로 식 (15)와 같은 자기쌍극자에 대한 매질민감도 공식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\bar{F}}{d\vec{p}} = \int_{\Omega} \frac{\partial \vec{M}_{rem}}{\partial \vec{p}} \cdot (\nabla \times \vec{\lambda}) d\Omega \quad (15)$$

### IV. 역문제 해석 알고리즘

역문제 해석을 효율성을 높이기 위하여 시스템 파라미터  $p$ 를 자하와 자기쌍극자에 대해서 선형으로 가정하였다[6]. Broydon - Fletcher - Goldfarb - Shanno(BFGS) 알고리즘에 기초한 수리탐색도구인 DOT를 연계하여 최적해에 수렴하는 데 소요되는 시간을 최소화 하였다[7]. Fig. 2는 강자성체 선체의 영구자화 분포를 예측하기 위해 제안된 해석 기법에 대한 순서도이고 세부 계산과정은 아래와 같다.

- 1) 역문제 해석에 필요한 등가모델을 설정한다.
- 2) 목적함수와 설계변수를 정의한다.
- 3) 주 시스템을 해석하는 부분으로 자하, 자기쌍극자를 이용하여 관측점에서 자기장을 구한다.
- 4) 주 시스템에서 해석된 결과를 바탕으로 보조 시스템의 가상 소스를 계산한다.
- 5) 보조 시스템을 해석하여 보조변수를 계산한다. 그리고 식 (11)와 식 (15)의 매질민감도 공식을 사용하여 매질민감도를 구한다.
- 6) 매질민감도 정보를 이용하여 자하나 자기쌍극자의 값을

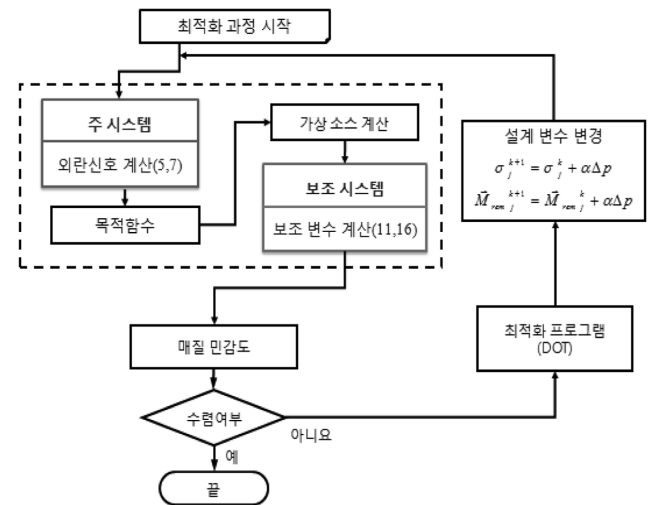


Fig. 2. Flowchart of the proposed program architecture for solving an inverse problem.

갱신한다.

7) 목적함수가 수렴할 때까지 위 과정을 반복한다.

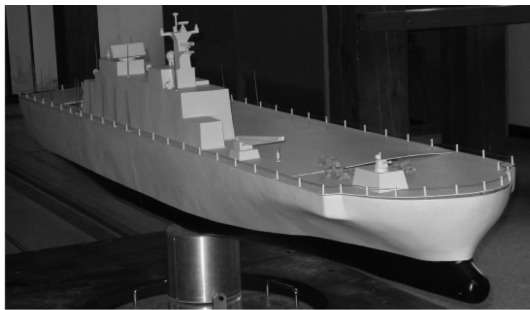
## V. 결 과

### 1. 실험 장치

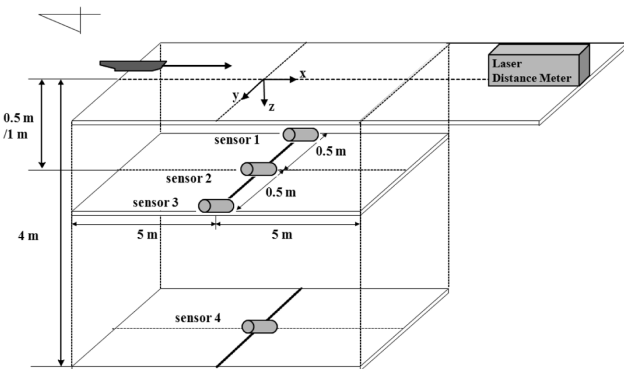
제안된 역문제 해석 기법을 검증하고자 Table I의 사양을 가진 축소모델함정(Fig. 3(a))을 제작하여 자기장 측정실험을 수행하였다. 측정에는 Fig. 3(b)와 같이 3축 자기센서를 고정하고 대신에 축소모델함정을 이동함으로 측정에 소요되는 자기센서의 개수를 최소화 하였다. 실험 장소에서 지자계는 수평 자기장 307 mG와 수직 자기장 377 mG를 나타내었다. 영구자화 성분에 의한 함정 자기장신호는 실험에서 측정된 자기장 신호를 상용 전자장 해석 도구인 마그넷(MagNet ver.

Table I. Specification of a mockup ship

전장	2500 mm
폭	500 mm
재질	주석도금강판
비투자율	160
철판두께	상부 0.3 mm 하부 0.6 mm



(a) Mock-up model ship



(b) Experimental setup

Fig. 3. Experimental environment for validation.

7.0)을 통해 계산된 유도자화 성분의 자기장 신호를 제거함으로써 추출하였다[8]. 즉, 결과에서 제시한 자기장 신호는 지자계와 유도자화 성분을 제거하여 순수 영구자화에 기인한 자기장 외란신호만을 표시하였다.

### 2. 실험 결과와 예측치 비교

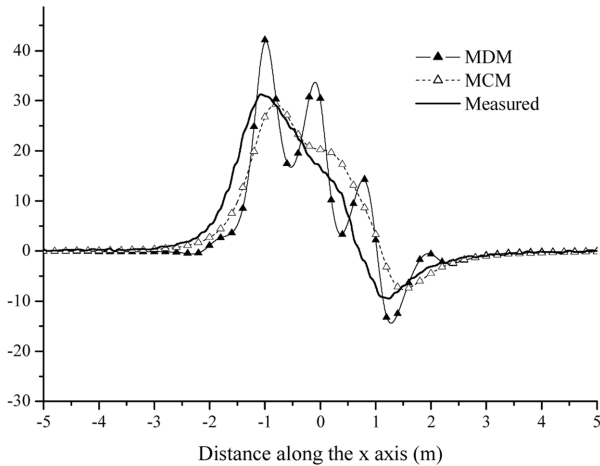
Fig. 1에 제시된 등가 자하 모델과 자기쌍극자 모델에 매질민감도법을 적용하여 영구자화 역문제 해석을 수행하였다. 등가 자하 모델인 경우 Fig. 1(a)와 같이 선체 표면을 284개 요소로 분할한 후, 각 요소 선분에 자하를 할당하여 585개의 설계변수를 설정하였다. 이에 반해 등가 자기쌍극자 모델은 정육면체 형태로 구축한 Fig. 1(b)와 같이 자기쌍극자를 5개씩 3열로 평면에 배치하였다. 자기쌍극자인 경우 x, y, z의 3축에 해당하는 자유도를 갖기 때문에 설계변수는 45개가 된다. 함정 선체의 영구자화 성분을 찾기 위한 목적함수는 식 (16)과 같이 정의된다.

$$F = \sum_{i=1}^m (\vec{B}_i - \vec{B}_{io})^2 \quad (16)$$

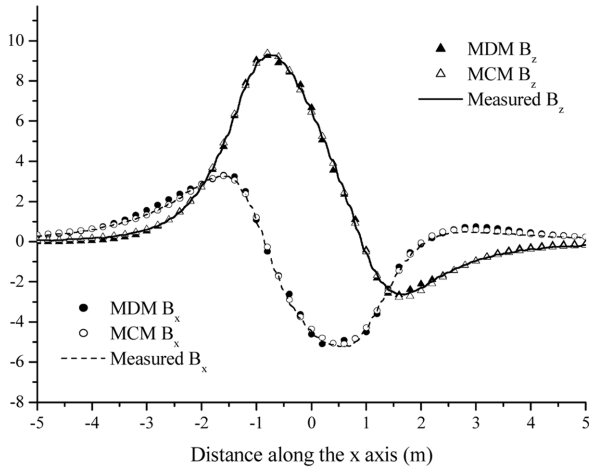
여기서  $\vec{B}_i$ 는 측정선 위의 101개에 해당하는 측정점 위치이고  $\vec{B}_{io}$ 는 자하나 자기쌍극자에 의해 측정선  $i$ 번째 위치에서 계산된 자속밀도이다.  $\vec{B}_{io}$ 는 자속밀도 목표값으로 깊이 1 m에서 실험을 통해 얻어진 측정치를 의미한다.

역문제 해석은 2.51 GHz AMD cpu를 탑재한 개인용 컴퓨터에서 Fig. 2에서 제시한 순서도에 따라 수행되었다. 자기장 외란신호는 선체 길이 방향인 x축 -5 m~5 m에서 0.5, 1, 4.2 m 깊이로 구분하여 각각 측정하였다. 제시된 결과에서는 현측 방향 성분인 y축 자속밀도는 상대적으로 다른 성분에 비해 미미함으로 제외하였다.

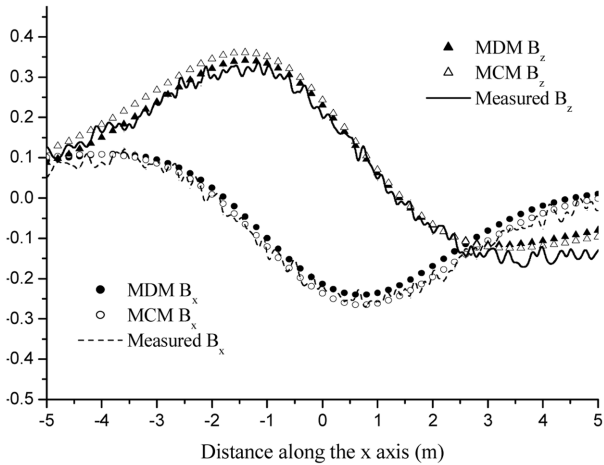
매질민감도법을 이용한 역문제 해석 결과로부터 얻어진 등가 영구자화 분포로부터 예측된 자기장 외란신호와 측정치를 비교하여 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서 MCM과 MDM은 각각의 등가 자하 모델과 등가 자기쌍극자 모델을 매질민감도를 결합하여 결과를 의미한다. Fig. 4(b), Fig. 4(c)에 나타난 깊이 1 m, 4 m에서 역문제 해석 결과로부터 예측된 자기장 신호가 최대 오차 4.96 % 범위 내에서 측정치에 근사함을 보여준다(Table II 참고). 반면에 Fig. 4(a)에 나타난 등가 자기쌍극자 모델의 예측 결과는 깊이 0.5 m인 경우로, 예측치와 측정치 사이에 오차가 크게 발생하였다. 이는 자기쌍극자가 분포하는 평면 배열에서 측정선까지의 거리가 2.5 m인 자기쌍극자 사이의 거리에 비해 상대적으로 작기 때문에 발생하는 수치진동에 기인된 것으로 판단된다. 따라서 자기쌍극자의 개수를 늘린다면 근거리에서도 보다 정확한 값을 예측할 수 있을 것으로 사료된다.



(a) 0.5 m in depth



(b) 1 m in depth



(c) 4 m in depth

Fig. 4. Comparison of the field anomaly predicted by two different models at different depths apart from the keel line.

Table II에서는 등가모델에 따른 최대 오차와 해석에 요구되는 시간을 비교하였다. 등가 지하 모델은 585개의 비교적

Table II. Comparison between equivalent modeling with material sensitivity

등가모델	자하 모델	자기쌍극자 모델
설계변수 개수	585	45
등가모델 차원	3차원	2차원
해석 시간	239초	58초

깊이 별 자기밀도 오차 [정규화된 오차 계산:  예측치-실측치 /실측치]		
0.5 m	18.70 %	24.30 %
1 m	0.18 %	0.30 %
4 m	1.23 %	4.96 %

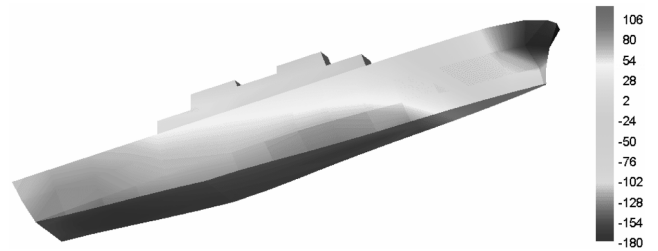


Fig. 5. Distribution of the magnetic charge.

많은 설계변수 설정으로 깊이에 상관없이 등가 자기쌍극자 모델에 비해 발생 오차가 작게 나타났다. 또한 선체 표면에 분포하는 등가 지하 분포를 Fig. 5와 같이 후처리 과정을 통해 나타낼 수 있다. 하지만 해석 시간이 239초로 등가 자기쌍극자 모델에 비해 4배 정도 더 요구되며 함정 선체에 대한 3 차원의 모델 구축이 필요하다. 이에 반해 등가 자기쌍극자 모델은 해석 시간이 58초로 빠르고 등가 모델 구축이 용이할 뿐만 아니라 원거리에서도 최대 오차 4.96 % 이내의 정확성을 지닌다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 연속체역학에 기반을 둔 매질민감도법과 등가 지하 모델 및 등가 자기쌍극자 모델을 각각 결합하여 역문제 해석을 통해 선체에 존재하는 영구자화에 의한 자기장 외란 신호를 성공적으로 예측하였다. 이러한 예측 결과는 실험으로 얻어진 측정치와의 비교를 통하여 제시된 역문제 해석 기법의 타당성과 정확성을 검증하였다. 또한 매질민감도법을 연계하는 해석기법(자기전하법, 자기쌍극자법)에 따른 상호 장단점을 비교분석하였다.

## 감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 국방 피탐지 감소 기술 특화 연구센터 사업의 일환으로 수행되었

습니다.

### 참고문헌

- [1] Xavier Brunotte and Gerard Meunier, IEEE Trans. Magn. **26**, 2196 (1990).
- [2] A. Vishnevski, I. Krasnov, and A. Lapokov, IEEE Trans. Magn. **29**, 2152 (1993).
- [3] Olivier Chadebec, Jean-Louis Coulomb, Jean-Poul Bongiraud, Gilles Cauffet, and Philippe Le Thiec, IEEE Trans. Magn. **38**, 1005 (2002).
- [4] Olivier Chadebec, Jean-Louis Coulomb, Gilles Cauffet, and Jean-Poul Bongiraud, IEEE Trans. Magn. **39**, 1634 (2003).
- [5] D.-H. Kim, K. S. Ship, and J. K. Sykulski, IEEE Trans. Magn. **40**, 1156 (2004).
- [6] D.-H. Kim, J. K. Sykulski, and D. A. Lowther, IEEE Trans. Magn. **41**, 1752 (2005).
- [7] DOT User Manual, Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado Springs (2001).
- [8] MagNet 7 User's Guide, Infolytica Corporation, Quebec (2010).

## Magnetic Field Analysis Due to the Remanent Magnetization Distributed on a Ferromagnetic Thin Plate by using Equivalent Magnetic Models and Material Sensitivity

**Gi-Woo Jeung, Dong-Wook Kim, and Dong-Hun Kim\***

*Department of Electrical Eng., Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea*

**Chang-Seob Yang and Hyun-Ju Chung**

*The 6th R&D Institute-3, Agency for Defense Development, Jinhae 645-600, Korea*

(Received 19 March 2010, Received in final form 7 June 2010, Accepted 7 June 2010)

For predicting magnetic signals due to the remanent magnetization distributed on a ferromagnetic ship hull, this paper presents an efficient methodology for solving inverse problems, where the material sensitivity analysis based on the continuum mechanics is combined with the equivalent magnetic models. To achieve this, the 3D magnetic charge model and the magnetic dipole moment model are introduced and material sensitivity formulae applicable to each equivalent model are derived. The formulae offer the first-order gradient information of an objective function with respect to the variation of the magnetic charge or magnetic dipole and so an optimal solution can be easily obtained regardless of the number of design variables. To validate the proposed method, the numerical results are compared with the real measurements of a mock-up model.

**Keywords :** inverse problem, magnetic charge, magnetic dipole moment, material sensitivity