≪연구논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society, Volume 21, Number 5, October 2011 http://dx.doi.org/10.4283/JKMS.2011.21.5.174

전류가 관통하는 원통형 자성체에 미치는 전자기력식의 통일성에 대한 고찰

최홍순*
경북대학교 산업전자전기공학부, 경북 상주시 가장동 386, 742-711

(2011년 9월 20일 받음, 2011년 10월 24일 최종수정본 받음, 2011년 10월 25일 게재확정)

지금까지 자성체에 미치는 전자기력을 계산하기 위해서는, 맥스웰 응력법, 가상변위법, 자하법, 자화전류법등이 널리 사용되어 왔으며, 이들은 자성체 덩어리 전체에 미치는 전자기력을 계산하는 데 있어 모두 정당한 결과를 가져온다고 보고 있다. 그러나 전자기력 밀도식의 완전한 형태에 대해서는 아직 까지도 논란이 있으며, 각 방법에 의한 표면 전자기력 밀도는 식과 수치해석 모두 다른 결과를 보인다. 본 연구는 전자기력밀도를 체적력으로 국한하여 가상공극법을 적용하였을 때, 모두 같은 형태의 식으로 도출이 됨을 해석식이 존재하는 모델을 통하여 보여준다. 즉, 가상공극 개념을 적용할 경우, 체적력 전자기력 밀도식의 통일 가능성을 보여 주는 것이다.

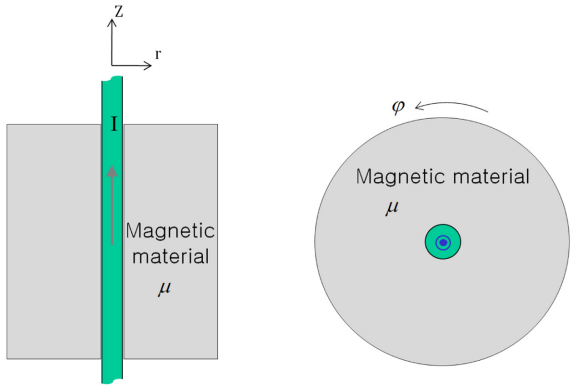
주제어 : magnetic force density, maxwell stress tensor, equivalent magnetic charge, equivalent magnetizing current, body force

I. 서 론

지금까지 자성체에 미치는 전자기력을 계산하기 위해서는, 맥스웰 응력법(Maxwell stress tensor), 가상변위법(Virtual work principle), 등가자하법(Equivalent magnetic charge), 등가자화전류법(Equivalent magnetizing current), 켈빈법(Kelvin)등이 널리 사용되어 왔으며, 이들은 자성체 덩어리 전체의 전자기력을 계산하는 데 있어 정당하고 유용한 것으로 평가되고 있다[1, 2]. 정당하다는 것은, 위에 언급한 방법론들이 모두 물리적인 기초를 이루고 있는 실험 또는 이론으로부터 유도한 식을 사용하고 있고, 수치해석적으로도 적용하는데 문제가 없으며, 실물의 측정값과 과학적으로 충분히 비교하여 왔다는 것을 의미한다. 그러나 덩어리에 미치는 전체 전자기력이 아닌, 자성체내의 전자기력의 밀도에 관한해서는 아직 논란이 지속되고 있음을 주지할 필요가 있다[3-5]. 여기서 전체 전자기력과 전자기력 밀도라는 용어를 명확히 구분해줄 필요가 있으며, 밀도에는 체적력 밀도, 표면력 밀도와 같은 구분을 한다. 본 저자는 맥스웰 응력법에 있어 응력으로 계산되는 전자기력 표면밀도가 실체가 없음을 보인바 있고, 체적력 밀도와 어떤 덩어리의 전체 전자기력만이 의미가 있음을 제시하였다[5]. 여러 연구자들이 맥스웰 응력(즉, 표면력밀도 표현식)이 물리적 근거가 있을 것이라는 오해에 기반해서 응용연구를 하고 있는 실정이다. 위에서 언급한 전자기력 계산방법들에 대한 많은 연구자들의 의문중 하나는, 전체 전자기력을 계산함에 있어, 전자기력 계산방법 간에 표면력에 대해서는 다른 형태로 표현이 된다는 것이다. 이렇게 다양하게 표현되는 표면력식의 어느 것이 더 올바른 것인 지에 대하여 연구 그룹마다 다른 견해를 가지고 있으며 여전히 논란중이다. 이러한 표면력식들은 다른 형태의 식을 가지고 있고, 수치해석적으로도 다르게 표현이 된다.

본 논문에서는 이전의 연구에서 수치해석의 접근법으로 제시한 가상공극법[6, 7]을 사용하여, 표면력식이 다름에도 불구하고, 체적력 전자기 밀도를 통일된 수식으로 표현될 수 있음을 보여주며 이의 의미에 대해 논한다.

상기에서 언급한 논문[5]에서는 맥스웰 응력법에 대해서만 탐구하였고, 다른 전자기력 접근법은 논외로 하여 미래연구과제로 삼은 바 있다. 본 연구는 위에서 언급한 여러 계산 방법들에 가상공극 개념을 모두 적용할 때의 체적력 밀도식이 동일한 형태로 나올 수 있는가에 대한 연구와 그 결과이며,



(a) Cross section in z-r plane (b) top view

Fig. 1. (Color online) A cylindrical magnetic model for analytic force formulation. *B* and *H* can be obtained analytically in every location.

*Tel: (054) 530-1328, E-mail: tochs@knu.ac.kr

Fig. 1과 같이 수직전류가 관통하는 축대칭 원통형 자성체에 미치는 전자기력 모델에 대해 전자기력식을 각각 유도하여 보았다. 이 모델은 전류 도선 주위로 원호방향으로 필드세기 H가 자성체의 유무에 상관없이 암페어의 주회법칙에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{\varphi} \tag{1}$$

여기서, I는 중심도체에서 $+z$방향으로 흐르는 전류, r은 중심으로부터의 거리, $\hat{\varphi}$는 원통좌표계에서의 방향 φ단위벡터이다. 식(1)과 자성체의 투자율을 고려하면 도선 주변에서의 자성체와 빈 공간 모두에서의 필드 B를 해석적으로 결정할 수 있다. 결국 가상공극에서의 필드와 체적력 밀도식 역시 이것을 사용하여 해석적으로 유도할 수 있게 된다. 이 모델은 자성체 전체에 작용하는 전자기력은 0이지만 자성체에 작용하는 국부적인 힘은 중심도체축을 향하는 반경방향이 되어 자성체를 수축시키려는 힘이 내부에 존재한다. 기존의 계산법으로는 전체 전자기력이 0이 되는 것을 설명할 수 있지만, 이렇게 축으로 집중되는 전자기력 현상을 설명하는 데 한계가 있다. 제시한 모델에서는 도체를 둘러싼 자성체가 반경 방향으로 무한히 존재할 때, 자하법과 자화전류법으로는 힘의 근원이 되는 등가 자하와 등가 자화전류의 추출이 불가능하다. 축방향으로 힘이 집중되는 현상은 자성체를 자성유체로 하여 실험을 하면 유체가 솟아올라 나팔형 원뿔을 모양의 형상이 되는 것을 관찰할 수 있다[8].

본 논문에서는 앞에서 수차례 제시했던 가상공극 개념에 대한 개요를 설명하고, 이를 Fig. 1의 모델에 적용하여 여러 전자기력 접근 방법이 모두 동일한 형태의 체적력식으로 유도됨을 보이고자 한다. 여기서 동일한 형태로 유도됨이 중요한데, 기본적으로 전자기력 발생원리의 개념 차이와 표면밀도식의 표현에 차이가 있던 전자기력 접근법들이 가상공극 개념을 적용하면 모두 동일한 체적력식으로 표현됨을 본 논문에서 처음으로 제시하는 것이다. 본 논문에서는 맥스웰 응력법, 등가자하법, 등가자화전류법, Kelvin법 등 모두 4가지를 적용하였다.

II. 표면 전자기력

서론에도 언급했듯이, 표면전자기력은 전자기력 계산방법에 따라 각각 다른 분포적 결과를 보인다. Fig. 2의 (a), (b), (c)에는 네모난 자석과 자성체가 근접해 있을 때 자성체에 미치는 전자기력의 표면밀도를 3가지의 다른 수치해석적 방법으로 나타낸 것이다. 화살표들은 표면 전자기력 값의 벡터적 표현이다. 특히, 자하법과 자화전류법은 완전히 다르다고 할

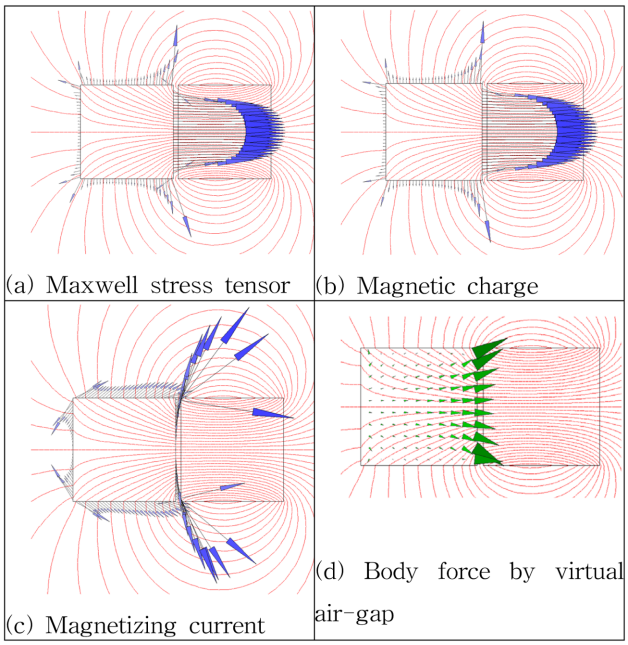


Fig. 2. (Color online) Distribution of force densities by finite element analysis. (a)~(c) are surface force densities by the described methods. (d) is body force distribution by virtual air-gap. In the model, left rectangle is a magnetic material and right one is a permanent magnet.

수 있는 표면밀도를 보인다. 이유는 등가적 자하와 등가적 전류가 서로 직교적인 표면 위치에 분포되어, 각각에 필드에 의한 힘이 가해진다고 보기 때문이다. 맥스웰 응력에 의한 표면력과 자하법은 상당히 유사함을 보인다. Fig. 2(d)는 토론에서 언급하기로 한다.

먼저 맥스웰 응력법, 등가자하법, 등가자화전류법에 의한 표면 전자기력식을 먼저 살펴본다.

다음의 식(2)는 자성체 표면에서의 맥스웰 응력에 의한 표면력식이다. 지면의 제한상 유도되는 자세한 과정은 다른 자료를 참조바란다[2].

$$\vec{f_s} = \frac{1}{2}\mu_0(H_n^2 - H_t^2)\hat{n} + \mu_0 H_n H_t \hat{t} \tag{2}$$

여기서, H_n과 H_t는 자성체에 접하는 공기에서의 접면에 대해 각각 수직, 수평방향의 필드세기 성분이고, $\hat{n}$과 $\hat{t}$는 각각 수직, 수평 단위벡터이다. 식(2)를 자성체를 감싸는 폐표면적에 대해 면적적분하면 자성체 전체가 받는 전자기력이 계산이 된다.

자성체를 그의 표면에 등가적인 자하분포로 보고, 내부를 공기로 가정하는 등가자하법에 의한 표면에서의 표면력식은 다음 식(3)과 같다[9]. 역시 자세한 유도과정은 생략한다.

$$\vec{f_s} = \sigma_s \overrightarrow{H_{ext}} \tag{3}$$

여기서, 표면 등가자하밀도 σ_s는

$$\sigma_s = \mu_0 \vec{M} \cdot \hat{n} = \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) B_n + \frac{B_{rn}}{\mu_r} \tag{3-1}$$

이다. 여기서 B_n는 자화 $\vec{M}$에 의한 표면에서 자성체 쪽의 자속밀도 성분의 수직성분이고, B_{rn}은 잔류자속밀도의 수직성분이다. μ_r은 자성체의 비투자율이고, σ_s는 자성체 내의 필드 강화 현상을 표면에서의 등가자하의 존재로 대치하는 개념에서 온 것이다. $\overrightarrow{H_{ext}}$는 주어진 위치의 자성체 이외의 나머지 부분에 의한 외부 필드세기이고, 이는 관심표면의 내외부의 필드세기의 평균값으로 표현된다.

자성체를 표면의 등가적인 전류분포로 보고, 내부를 공기로 가정하는 등가자화전류법에 의한 표면에서의 표면력식은 다음과 같다[10].

$$\vec{f_s} = \vec{J_s} \times \overrightarrow{B_{ext}} \tag{4}$$

여기서 $\vec{J_s}$는 자화 $\vec{M}$에 의한 등가 표면자화전류이고 아래와 같이 표현된다.

$$\vec{J_s} = \vec{M} \times \hat{n} = \left\{ \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) \frac{\vec{B}}{\mu_0} + \frac{\overrightarrow{M_0}}{\mu_r} \right\} \times \hat{n} \tag{4-1}$$

$\overrightarrow{B_{ext}}$는 주어진 위치의 자성체 이외의 나머지 부분에 의한 외부자속밀도이고, 관심표면의 내외부의 자속밀도 필드의 평균으로 구해진다. 식(4-1) 내의 $\vec{B}$는 자성체 내부의 자속밀도이고, $\overrightarrow{M_0}$는 잔류자화세기이다.

다음으로 Kelvin법으로 알려진 전자기력 밀도는 다음 식(5)와 같이 표현된다. 이 식의 특징은 처음부터 체적력밀도를 나타낸다는 데 있다.

$$\overrightarrow{f_{b_{KV}}} = (\mu_0 \vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} \tag{5}$$

이 식은 자성체의 자화발생을 자기쌍극자 또는 전류루프(loop)로 모델링하여 외부자계가 존재할 때의 받는 힘을 테일러 시리즈를 전개함으로서 얻어지는 식이다[11]. 이 식에서의 논란은 $\vec{H}$를 어떤 필드로 보는냐의 문제가 있는 것인데, 즉, 우리가 흔히 사용하는 전체 자계세기(total field intensity)가 있고, 자기쌍극자가 제외한 외부의 자계세기를 나타내는 $\overrightarrow{H_{ext}}$가 있다. 전자는 쌍극자 주변의 모든 다른 쌍극자에 의한 영향과 자기 자신에 의한 것도 포함한 것이다. 후자의 $\overrightarrow{H_{ext}}$는 식(3)을 언급할 때와 동일하다. 다만 식(3)은 표면에서 정의될 때만을 언급하였으나, 다음 절에서 이것을 체적개념으로 확장하여 해석할 것이다. $\overrightarrow{H_{ext}}$는 관심 쌍극자가 존재하여 주변의 쌍극자에 미치는 영향을 고려한 다음에 주변의 모든 자화상태를 고정하고 관심 쌍극자만을 제외하였을 때의 그 자리에서의 자계세기라 할 수 있다[11].

III. 가상공극 기반 체적력식

전 절에서 언급한 전자기력식에 가상공극 개념을 적용하여 전자기력 체적밀도식을 유도하고자 한다. 해석해가 존재하는 Fig. 1의 모델에 대해 (2)~(5)식에 적용하여 최종식의 동일성 여부를 판단할 것이다.

1. 체적력 밀도 계산을 위한 가상공극 개념

가상공극(virtual air-gap)은 본 저자가 제시한 개념으로, 두 자성체가 접촉이 되어 접촉면 사이에 빈공간이 없을 때와 자성체 내부의 특정 영역에 미치는 힘을 구하고자 할 때 유용하다[6, 7, 12]. Fig. 3은 가상공극의 일반적 개념도이다. 내부의 마름모꼴에 미치는 전체 힘을 구하기 위해서 그 경계에 가상공극을 가정하고 그 곳에서의 필드값을 자계의 경계조건, 즉, 경계에서 B의 수직성분이 연속이고, H의 수평성분이 연속이라는 조건을 통해 구해 낼 수 있다. 이 가상공극 필드를 사용하여 맥스웰 응력법, 자하법등을 적용하면 마름모꼴에 미치는 힘을 구할 수 있다.

Fig. 1의 모델의 경우 필드 B와 H가 전류도체를 중심으로 원주방향 성분만 존재한다. z축으로는 필드의 변화가 없다. 여기서 Fig. 4와 같이 필드의 방향인 원주방향 φ와 반지름 r 방향으로 가상공극들을 설정하면, 원통형 자성체는 원호와 직선을 가지는 사각형 작은 체적들로 분리하여 생각해 볼 수 있다. 각 위치에서의 필드 값은 다음과 같다. 우선 자성체 내에서 필드 H는 반경 r에 따라 식(1)과 같이 구할 수 있고, 필드 B는 $\vec{B} = \mu \vec{H}$이다. Fig. 4상의 ②와 ④로 표시한 반경방향의 가상공극면에서는 필드 B와 H가 가상공극의 면에 대해 수직 성분만 존재하고, B의 수직성분이 자성체 내외에서 연속이어야 하므로,

$$\vec{B}_{rad-gap} = \vec{B} = \mu \vec{H} \tag{6}$$

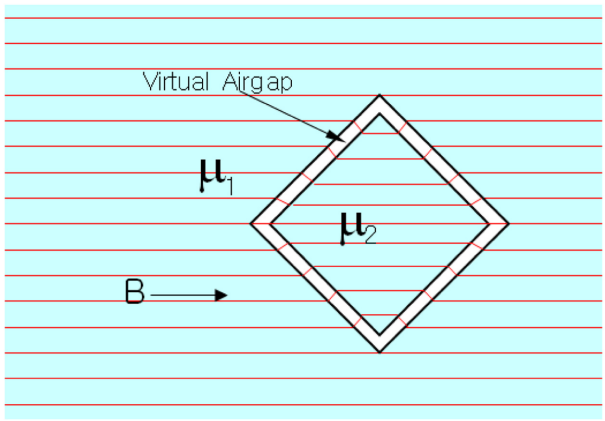


Fig. 3. (Color online) Concept of virtual air-gap.

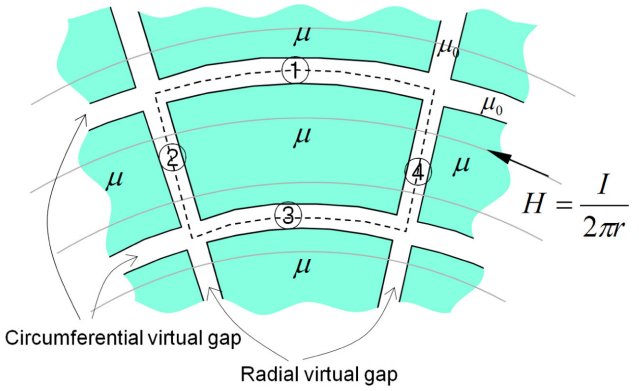


Fig. 4. (Color online) Radial virtual gaps and circumferential gaps in r-φ plane.

$$\vec{H}_{rad-gap} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \mu_r \vec{H} \tag{7}$$

인 관계가 나온다. ①과 ③으로 표시된 원주방향의 가상공극에서는 필드 B와 H가 가상공극면에 대해 수평 성분만 존재하고, H의 수평성분이 자성체 내외에서 연속이어야 하므로,

$$\vec{H}_{cir-gap} = \vec{H} \tag{8}$$

$$\vec{B}_{cir-gap} = \mu_0 \vec{H} \tag{9}$$

인 관계가 나온다.

다음 절에서는 가상공극에서의 필드인 (6)~(9)의 관계식을 이용하여 (2)~(5)의 표면력식에 적용하여 전체적인 통일성을 도출하고 관찰한다.

2. 맥스웰 응력법에 의한 체적력식

Fig. 4의 가상공극 경로 ①-②-③-④로 싸여 있는 체적에 미치는 전자기력식을 맥스웰 응력에 의한 표면식(2)를 면적적분하여 구하고자 한다. 이 관심체적은 미소체적이라 가정하고, ③과 ①에서의 반지름은 각각 r, $r + dr$이라하고, ②와 ④ 사이의 각은 도체중심으로부터 $d\varphi$라 하자. 지면방향인 z방향은 1이라 하자. 식(2)에 의한 관심체적에 미치는 전자기력은,

$$\vec{F} = \oint_S \left\{ \frac{1}{2}\mu_0 (H_n^2 - H_t^2)\hat{n} + \mu_0 H_n H_t \hat{t} \right\} ds \tag{10}$$

이 되고, ①과 ③면 적분을 위해 가상공극 필드는 식(8)을 적용하고 ②와 ④에서는 식(7)을 적용하여야 하므로 식(10)의 중간 유도식은,

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\mu_0 \left(\frac{I}{2\pi(r+dr)}\right)^2 (r+dr) d\varphi \hat{r} + \frac{1}{2}\mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 r d\varphi \hat{r} + \frac{1}{2}\mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) dr(-\hat{r}) \tag{11}$$

이 된다. 여기서 $\hat{r}$은 r방향 단위벡터이다. 첫째 항과 둘째 항은 각각 ①과 ③면에서의 식이며, 셋째 항은 ②와 ④면에 의한 식이다. 식(11)을 관심체적 $rdrd\varphi$로 나누고 미소극한을 취하면 체적력 밀도식이 다음과 같이 도출된다.

$$\overrightarrow{f_{b_{MX}}} = -\frac{I^2 \mu_0 (\mu_r^2 - 1)}{8\pi^2 r^3} \hat{r} \tag{12}$$

만약 가상공극을 적용하지 않고, 필드 H만을 사용하여 전개하면 $\overrightarrow{f_{b_{MX}}}$는 0으로 귀결된다. 체적력 밀도식(12)는 자성체의 모든 부위가 전류도체를 향하는 반경방향으로 결정되어짐을 보여주고 있으며, 이는 자성유체 등을 통한 알려진 실험결과와 일치한다.

3. 등가자하법에 의한 체적력식

등가자하에 의한 관심체적의 전체 전자기력 계산식은 식(3)으로부터,

$$\vec{F} = \oint_S \sigma_s \overrightarrow{H_{ext}} ds \tag{13}$$

이 되고, 여기서 σ_s는 (3-1)로 부터,

$$\sigma_s = \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right)\frac{\mu I}{2\pi r} \tag{14}$$

이다. 등가자하는 가상공극 ②를 접하는 자성체 표면에서 σ_s로, ④를 접하는 표면에서는 $-\sigma_s$로 존재하게 된다. ①과 ③에 접하는 면에서는 $\hat{n} \cdot \vec{M} = 0$ 이므로 자하가 존재하지 않는다. ②와 ④면에서의 $\overrightarrow{H_{ext}}$는 자성체 바깥자계, 즉, 가상공극에서의 필드가 식(7)이고 내부에서는 $\vec{H}$ 이므로, 이것의 평균을 취하면,

$$\overrightarrow{H_{ext}} = \frac{(\mu_r + 1)}{2}\vec{H} \tag{15}$$

이다. ①과 ③면에서의 $\overrightarrow{H_{ext}}$는 공극 내외부의 필드가 동일하므로 $\vec{H}$ 그대로이다. 식(13) 면적적분의 중간 과정은 다음과 같다.

$$\vec{F} = \sigma_s 2 H_{ext} \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) dr(-\hat{r}) \tag{16}$$

이 식에 식(14)와 식(15)를 대입하고, 관심체적 $rdrd\varphi$를 나누어 준 후 미소극한을 취하면 다음과 같은 전자기력 체적밀도식으로 정리된다.

$$\overrightarrow{f_{b_{MC}}} = -\frac{I^2 \mu_0 (\mu_r^2 - 1)}{8\pi^2 r^3} \hat{r} \tag{17}$$

만약 $\overrightarrow{H_{ext}}$를 가상공극에 의한 (15) 관계를 적용하지 않고 $\vec{H}$로만 채택하게 되면 식(17)은

$$\overrightarrow{f_{b_{MC}}} = -\frac{I^2\mu_0(\mu_r - 1)}{4\pi^2 r^3}\hat{r} \tag{17-1}$$

로 변형된다. 만약 가상공극을 고려하지 않는다면 자성체내의 모든 부위에서 자하가 존재할 수 없으므로 σ_s가 0이 되고, $\overrightarrow{f_{b_{MC}}} = \phi$이 된다.

4. 등가자화전류법에 의한 체적력식

등가자화전류에 의한 관심체적의 전체 전자기력 계산식은 식(4)으로부터,

$$\vec{F} = \oint_S \vec{J_s} \times \overrightarrow{B_{ext}} ds \tag{18}$$

이 되고, 여기서 $\vec{J_s}$는 (4-1)식으로 부터,

$$\vec{J_s} = \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right)\frac{\mu_r I}{2\pi r}\hat{z} \tag{19}$$

이다. 여기서 $\hat{z}$은 z방향 단위벡터이다. 등가자화전류는 가상공극 ③를 접하는 자성체 표면에서 $+\vec{J_s}$로, ①를 접하는 표면에서는 $-\vec{J_s}$로 존재하게 된다. ②와 ④를 접하는 면에서는 $\vec{M} \times \vec{n} = 0$이므로 등가자화전류 $\vec{J_s}$가 존재하지 않는다. ①와 ③면에서의 $\overrightarrow{B_{ext}}$는 자성체 바깥에서의 자계가 식(9)이고 내부에서는 $\mu\vec{H}$이므로, 이것의 평균을 취하면,

$$\overrightarrow{B_{ext}} = \frac{(\mu_r + 1)}{2}\mu_0\vec{H} \tag{20}$$

이다. ②와 ④면에서의 $\overrightarrow{B_{ext}}$는 가상공극 내외부의 자속밀도가 동일하므로 $\vec{B}$ 그대로이다. $\vec{J_s} \times \overrightarrow{B_{ext}}$의 방향은 $\hat{r}$방향이다. 위의 주어진 식을 사용하여 최종적으로 다음과 같이 등가자화전류에 의한 전자기력 밀도식이 구해진다.

$$\overrightarrow{f_{b_{CM}}} = -\frac{I^2\mu_0(\mu_r^2 - 1)}{8\pi^2 r^3}\hat{r} \tag{21}$$

만약 $\overrightarrow{B_{ext}}$를 가상공극에 의한 (20) 관계를 적용하지 않고 $\vec{B}$로만 채택하게 되면 식(21)은,

$$\overrightarrow{f_{b_{CM}}} = -\frac{I^2\mu(\mu_r - 1)}{4\pi^2 r^3}\hat{r} \tag{21-1}$$

로 변형이 된다.

5. Kelvin법에 의한 체적력식

식(5)로 표현하는 Kelvin식은 그 자체가 체적력 밀도를 나타내고 있으며, $\vec{H}$의 의미가 자기쌍극자가 존재하기 전의, 그러나 자기쌍극자의 영향을 받은 필드라는 것이 이 식의 유도 과정에서 명백히 드러나 있다. 즉, 우리가 보통으로 정의하여 사용하는 $\vec{H}$가 아니고 식(15)와 같이 정의되는 $\overrightarrow{H_{ext}}$이어야 한다. (15)식은 자성체의 표면에서 구해지거나, 그 내부에서는 가상공극 개념 하에서 구해짐을 상기한다. $\vec{H}$와 자화 $\vec{M}$이 $\hat{\varphi}$ 방향성분만 있는 것을 참고하고, 식(5)에 식(15)와 (3), 식(4)에서의 $\vec{M}$을 적용하여 전개하면,

$$\overrightarrow{f_{b_{KV}}} = \frac{\mu_0 M_\phi}{r}\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi}\hat{\varphi} = -\frac{I^2\mu_0(\mu_r^2 - 1)}{8\pi^2 r^3}\hat{r} \tag{22}$$

이다. 여기서도 $\overrightarrow{H_{ext}}$를 택하지 않고 $\vec{H}$로만 택하게 되면 식(22)는,

$$\overrightarrow{f_{b_{KV}}} = -\frac{I^2\mu_0(\mu_r - 1)}{4\pi^2 r^3}\hat{r} \tag{22-1}$$

가 된다.

식(12), (17), (21), (22)에서 보듯이 각 방법에 의한 체적력식은 가상공극이 적용될 경우 모두 동일한 형태의 식으로 유도 되었다.

$$\overrightarrow{f_{b_{MX}}} = \overrightarrow{f_{b_{MC}}} = \overrightarrow{f_{b_{CM}}} = \overrightarrow{f_{b_{KV}}} \tag{23}$$

IV. 토론 및 결론

동일한 형태의 체적력식은 가상공극이 적용된 체적력 밀도 개념의 타당성의 일면을 보인다 할 수 있다. 즉, 전자기력 표면밀도식은 모두 다르게 나타나는 반면, 전자기력 체적밀도식은 모두 동일하다는 새로운 관점을 제시할 수 있게 된 것이다.

가상공극이 수치해석에서 응용될 때, 두 개의 자성체가 접촉하는 상태에서 각각에 가해지는 전자기력을 구할 수 있음이 이미 밝혀진바 있고[12], 유한요소법의 각 요소에의 미치는 힘도 계산될 수 있음이 이전의 연구에서 제시된 바 있다[7]. Fig. 2의 (d)는 전자기력 계산방법에 상관없이 거의 동일한 체적력분포를 보여주는 것이다. 방법에 따라 화살표의 크기 차이가 거의 없으므로 하나의 그림으로 나타낸 것이다. 본 논문의 연구결과는 거기에 더해서 제시한 간단한 해석모델에 대하여 수치해석적 접근이 아닌 엄밀한 수학적인 해석법으로도 체적력식을 동일하게 만들어 줄 수 있음을 보여준다. 저자는 맥스웰 응력법 표현의 표면전자기력 밀도가 물리적으로 무의미하고, 체적력만이 의미가 있음을 제시한 바 있는데, 본 논문의 결과는 다른 전자기력 방법으로도 유사한 결과가 나옴을 보였다.

본 논문의 연구결과로서, 가상공극 개념을 활용하여 도출된

체적력 밀도식이 일반적으로 타당함을 아직 필요충분하게 검증하지는 않았지만 일반화 과정의 일환으로써 전자기력의 체적력 표현의 정당성에 대한 확실한 증빙의 하나를 제시하였다고 판단된다. 즉, 본 연구는 해석해가 존재하는 특정한 모델에 대해서만 검토한 것이므로 아직 완전한 일반화에는 도달하지 못 하였으나, 체적력에 대한 새로운 이해를 제시한다는 측면에서 중요성을 가진다.

감사의 글

본 연구는 2010학년도 경북대학교 학술연구비에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

[1] S. Bobbio, Electrodynamics of Materials: Forces, Stresses, and Energies in Solids and Fluids, Academic Press, New York (2000).
[2] K. Reichert, H. Freundl, and W. Vogt, Proceedings on COMPUMAG (1976) pp. 64~74.
[3] J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw Hill Book Co., New York (1941) pp. 97~103.
[4] C. Rinaldi and H. Brenner, Phys. Rev. E **65**, 036615 (2002).
[5] 최홍순, 박일한, 문원규, 대한전기학회논문지 **58**, 725 (2009).
[6] H. S. Choi, I. H. Park, and S. H. Lee, IEEE Trans. Magn. **42**, 663 (2006).
[7] H. S. Choi, S. H. Lee, and I. H. Park, J. Appl. Phys. **99**, 08H903 (2006).
[8] R. E. Rosensweig, Ferrohydrodynamics, Dover, New York (1997).
[9] H. S. Choi , S. H. Lee, and I. H. Park, IEEE Trans. Magn. **41**, 1420 (2005).
[10] H. S. Choi, S. H. Lee, and I. H. Park, IEEE Trans. Magn. **42**, 531 (2006).
[11] H. S. Choi, I. H. Park, and S. H. Lee, IEEE Trans. Appl. Superconductivity **16**, 1832 (2006).
[12] H. S. Choi, J. H. Lee, and I. H. Park, IEEE Trans. Magn. **41**, 1464 (2005).

An Observation of Unified Force Expression in The Cylindrical Magnetic Material with a Vertical Current Running Through Its Center

Hong Soon Choi*
Kyungpook National University, School of Electrical Engineering, Sangju 742-711, Korea

(Received 20 September 2011, Received in final form 24 October 2011, Accepted 25 October 2011)

Magnetic force calculation methods such as Maxwell stress, virtual work principle, equivalent magnetic charge, and equivalent magnetizing current are widely used until now. The force density is still controversial issue even though it is common sense that all of these methods have legitimate results. The surface force densities of each method are quite different with each other in the point of numerical result and final expression. In this paper, it is shown that a unified expression of body force density is derived using virtual air-gap scheme for an analytic model in which cylindrical magnetic material with a vertical current runs through its center.

Keywords : magnetic force density, maxwell stress tensor, equivalent magnetic charge, equivalent magnetizing current, body force