ISSN (Print) 1598-5385
ISSN (Online) 2233-6648
≪연구논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society 24(5), 160-164 (2014) http://dx.doi.org/10.4283/JKMS.2014.24.5.160

Robust Design Optimization for Reducing Cogging Torque of a BLDC Motor through an Enhanced Taguchi Method

Chang-Uk Lee, Dong-Wook Kim, and Dong-Hun Kim*
Department of Electrical Eng., Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea

(Received 11 October 2014, Received in final form 20 October 2014, Accepted 21 October 2014)

In this paper, an efficient robust design utilizing an enhanced Taguchi method is proposed to reduce cogging torque of a BLDC motor in the presence of design uncertainty. To overcome defects of the conventional Taguchi method in dealing with a generalized robust design problem, a penalty function and an optimal level searching technique are newly introduced. In order to verify the proposed method, a 5 kW, rated speed of 2,300 rpm, rated torque of 20 Nm BLDC motor for driving electric vehicles is optimized. Then, the robust design is compared with conceptual and deterministic ones in terms of the cogging torque, rated torque and torque ripple.

Keywords : robust optimization design, deterministic design optimization, Taguchi method, BLDC motor

개선된 다구찌 기법을 이용한 BLDC 전동기의 코깅 토크 저감을 위한 강건 최적설계

이창욱 · 김동욱 · 김동훈*
경북대학교 전기공학과, 대구시 북구 산격동, 702-701

(2014년 10월 11일 받음, 2014년 10월 20일 최종수정본 받음, 2014년 10월 21일 게재확정)

본 논문에서는 설계변수의 불확실성을 고려한 BLDC 전동기의 코깅 토크 저감 설계를 수행하기 위하여 개선된 다구찌법을 이용한 효율적인 강건 최적설계 기법을 제안하였다. 일반적인 강건 최적설계 문제를 처리할 때 발생하는 기존 다구찌법의 단점을 해결하기 위하여, 벌칙함수와 최적수준 탐색기법이 새로이 도입되었다. 제안된 설계기법의 타당성을 검증하기 위하여 5 kW, 정격 속도 2,300 rpm, 정격 토크 20 Nm의 전기자동차 구동용 BLDC 전동기의 코깅 토크 저감을 위한 강건 설계가 수행되었다. 또한 도출된 설계결과를 코깅 토크, 정격 토크 및 토크 리플에 대해 개념설계와 결정론적 최적설계 된 전동기들의 결과와 비교하였다.

주제어 : 강건 최적설계, 결정론적 최적설계, 다구찌 기법, BLDC 전동기

I. 서 론

최근 국제 산업시장의 경쟁이 심화됨에 따라 전기기기 및 장치의 설계단계에서 제품의 성능 뿐 아니라 품질에 대한 소비자의 욕구를 충족시킬 수 있는 새로운 설계방식 도입이 절실하다. 기존의 제품 설계단계에서는 설계대상의 성능을 극대화하기 위하여 설계변수 값이 일정하다는 가정 하에 최적설계를 수행하는 결정론적 최적설계(deterministic design optimization; 이하 DDO) 기법이 주로 사용되고 있다. 그러나 DDO 기법에 의해 개발된 제품은 양산단계에서 발생하는 재료의 물성치, 제작공차 및 공정 등에 관련된 불확실성(uncertainty)으로 말미암아 설계변수 값에 필연적으로 변동이 발생하게 된다. 이러한 설계변수 값에 내재된 불확실성은 제품의 성능 뿐 아니라 품질에도 큰 변동을 야기하여 당초 설계자가 목표한 성능 및 품질의 기준을 만족시킬 수 없는 경우가 빈번히 발생한다. 따라서 설계변수의 불확실성으로부터 제품의 성능과 품질 기준을 모두 달성하기 위한 방안으로 최근 전기기기 및 장치 설계단계에서 강건 최적설계(robust design optimization; 이하 RDO) 기법에 대한 관심이 나날이 증대되고 있다[1-3].

강건 최적설계는 제품 성능에 변동을 주는 다양한 불확실성을 설계단계에서 고려하여 제품을 불확실성으로부터 최대

© The Korean Magnetics Society. All rights reserved.
*Corresponding author: Tel: +82-53-950-5603,
Fax: +82-53-950-5603, e-mail: dh29kim@ee.knu.ac.kr

한 둔감하게 설계함으로써 제품 성능과 품질의 변동을 최소화하는 방법이다. 근래 최악의 시나리오(worst case scenario), 몬테카를로 수치모사(Monte Carlo simulation; 이하 MCS) 등이 전기기기 및 장치의 강건 최적설계를 도모하기 위하여 시도되었다. 그러나 이러한 기법들은 최적 설계치를 도출하기 위하여 과도한 반복설계 과정을 요구하므로 설계시간 및 수치비용이 크게 증가하는 단점을 안고 있다[3-5]. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 제품 특성에 영향을 미치는 주요 설계인자들을 선정하고 최소의 실험 횟수로 최적의 설계조합을 얻는 다구찌 기법(Taguchi method)이 제안 되었다[6]. 그러나 다구찌 기법은 설계공간에서 반복설계 점의 이동 시 미리 설정된 수준 값의 실험 조합에 국한되기 때문에 전체 설계공간을 자유로이 탐색하여 최적설계 점을 도출하기는 어렵다. 또한 목적함수 이외에 설계 시 반듯이 고려되어야 할 제품 성능에 관련된 다양한 구속조건들을 설계기법 내에 손쉽게 반영하기 어렵다[7].

본 논문에서는 기존 다구찌 기법이 안고 있는 문제점을 해결하기 위하여 벌칙함수(penalty function)와 설계인자의 최적수준(optimal level) 탐색기법을 도입하였다. 우선 부등식 제한조건을 설계기법에 반영하기 위하여 손실함수(loss function)에 구속조건에 관련된 벌칙함수를 추가하였다. 또한 설계공간 내에서 반복설계 점의 자유로운 이동성을 보장하기 위하여 연속된 실험조합 구성 시에 설정된 설계인자의 수준 간격을 자동으로 조절할 수 있는 최적수준 탐색기법을 적용하였다. 본 논문에서 제안한 개선된 다구찌 기법의 타당성을 검증하기 위하여 전기자동차 구동용 BLDC(brushless direct current) 전동기의 강건 최적설계를 수행한 후 기존 결정론적 최적설계 결과와 비교 하였다.

II. 다구찌 기법을 이용한 강건 최적설계

Fig. 1은 결정론적 최적설계와 강건 최적설계와의 차이점을 도시한 그림이다. 문제의 단순화를 위하여 한 개의 설계변수 x에 불확실성이 개입되어 변동(s_x)이 발생한 경우, 각 설계기법이 도출한 최적설계 점에서 성능함수의 변동을 비교하였다. 동일한 설계변수 변동에 기인한 성능함수의 변동이 불확실성을 고려하지 않은 결정론적 최적설계에 비해 강건 최적설계가 상대적으로 작음을 확인할 수 있다[8].

강건 최적설계는 식(1)에서와 같이 특정 성능함수 h의 평균 μ_h과 분산 σ_h^2으로 표현되는 목적함수 f를 설정된 구속조건 하에서 최소화하는 문제로 귀착된다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\mu_h,\ \sigma_h^2) \\ &\text{subject to} \quad g_j(\boldsymbol{X}) \le 0,\ j = 1,\ 2,\ \ldots np \end{aligned} \tag{1}$$

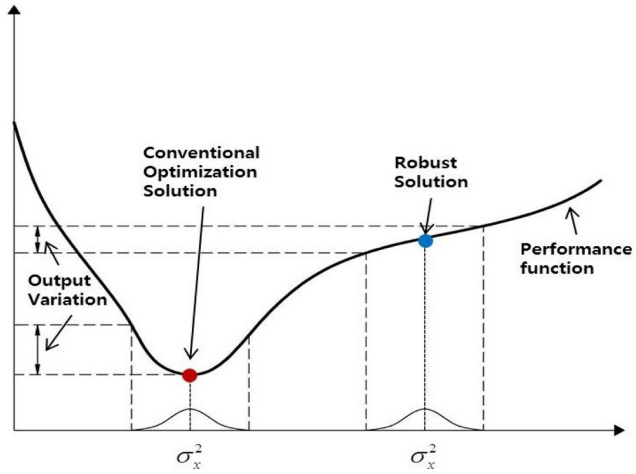

Fig. 1. (Color online) Difference between DDO and RDO optima.

여기서 $\boldsymbol{X}$는 n차원의 설계변수 벡터를, g_j는 np개로 구성된 구속조건 중 j번째를 의미한다.

본 논문에서는 식(1)로 표현되는 강건 최적설계 문제를 효율적으로 처리하기 위하여 다음과 같이 개선된 다구찌 기법을 적용하였다.

1. 손실함수

다구찌 기법에서는 제품의 성능이 목표치에서 멀어질수록 발생하는 손실을 손실함수로 표현한다. 손실함수의 척도는 신호 대 잡음비(signal to noise ratio; 이하 SN비)로 정의되며 이를 설계목적에 따라 망목, 망소, 망대특성으로 분류한다. 본 논문에서는 성능치가 음의 값이 아니며 작을수록 좋은 망소특성을 갖는 손실함수 식(2)를 사용한다[6].

$$SN = -10\log\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right] \tag{2}$$

여기서 y_i는 i번째 실험조합에 의해 도출된 성능함수 h의 성능치를, n은 실험조합의 전체 개수를 나타낸다.

2. 벌칙함수 도입

기존 다구찌 기법은 설계 대상의 특정한 목표 성능에 대해서만 SN비를 이용하여 최적의 실험조합을 도출한다. 그러나 일반적인 강건 최적설계 문제는 식(1)에서와 같이 기타 성능에 관련된 구속조건들도 목표 성능과 더불어 동시에 고려되어야 한다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 벌칙함수를 도입하였다. 식(2)에서 정의된 성능함수 h에 대한 성능치 y_i에 식(3)과 같이 구속조건들을 고려한 벌칙함수가 추가된다. 즉, 벌칙함수를 적용하여 구속조건의 위배 정도가 심할수록 그에 따른 벌칙함수의 값을 크게 하는 방식이다.

$$\overline{y_i} = h(\boldsymbol{X}) + r_p P(\boldsymbol{X}) \quad (3)$$

여기서 $\overline{y_i}$는 벌칙함수를 포함하여 재 정의된 번째 실험조합에 의해 도출된 성능치를, r_p는 벌칙함수의 가중치를, 그리고 $P(\boldsymbol{X})$는 구속조건을 고려한 벌칙함수를 나타낸다. 본 논문에서 사용한 벌칙함수의 정의는 식(4)와 같다.

$$P(\boldsymbol{X}) = \sum_{j=1}^{np} \{\max[0, g_j(\boldsymbol{X})]^2\} \quad (4)$$

구속조건을 모두 만족하면 벌칙함수 값이 0이 되지만, 구속조건을 위반하게 되면 해당 구속조건의 함수 값의 제곱이 벌칙함수에 인가된다[9].

3. 최적수준 탐색기법

다구찌 기법을 이용하여 정해진 설계공간을 연속적으로 탐색하여 최적해를 도출하기 위해서는 매 실험조합 구성 시 사용되는 각 설계인자의 수준의 크기가 자동적으로 변경되어야 한다. 즉, 현 실험조합에서 도출된 최적조합의 결과에 따라 설계점이 이동하게 되면 이동된 설계점에서 새로운 실험조합을 구성할 때 각 설계인자에 대한 새로운 수준 값이 결정되어야 보다 향상된 설계점을 탐색할 수 있다.

예를 들면, 설계인자가 각각 3수준으로 정의된 경우, 현 상태에서 수준 1과 수준 2의 간격을 Δ_1, 수준 2와 수준 3의 간격을 Δ_2라 한다. 그리고 현재 수준 1의 값을 x_1^{old}, 수준 2의 값을 x_2^{old}, 수준 3의 값을 x_3^{old}라 설정한다. 이에 따라 다음 실험조합 구성 시 새로운 수준 값(x_1, x_2, x_3)은 현 실험조합에서 도출된 최적 수준의 값에 따라 다음과 같이 정의된다[7].

1) 수준 1이 최적 수준으로 결정 되었을 경우,

$x_1 = x_1^{old} - \Delta_1$

$x_2 = x_1^{old}$

$x_3 = x_2^{old}$

2) 수준 2이 최적 수준으로 결정 되었을 경우,

$x_1 = x_2^{old} - \Delta_1/2$

$x_2 = x_2^{old}$

$x_3 = x_2^{old} + \Delta_2/2$

3) 수준 3이 최적 수준으로 결정 되었을 경우,

$x_1 = x_2^{old}$

$x_2 = x_3^{old}$

$x_3 = x_2^{old} + \Delta_2$.

4. 개선된 다구찌 기법

벌칙함수와 최적수준 탐색기법을 적용한 개선된 다구찌 기법을 이용한 최적설계 알고리즘을 Fig. 2에 제시하였다. 제안된 다구찌 기법의 반복설계 과정은 아래와 같다.

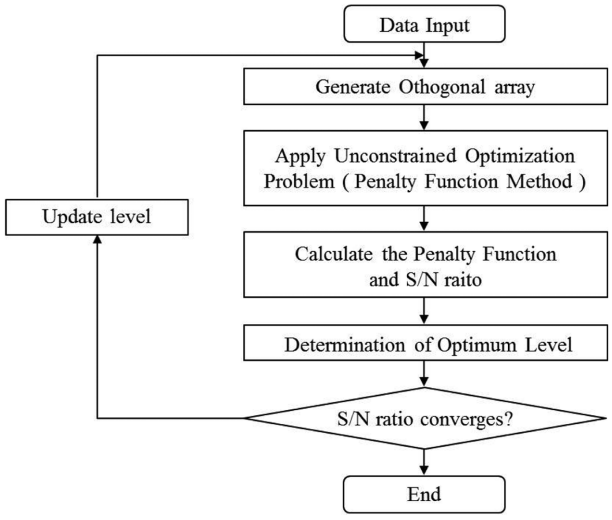

Fig. 2. Flowchart of the proposed Taguchi method.

1) 설계변수의 제어인자와 불확실성으로 발생하는 잡음인자를 정의한다.

2) 직교배열 표에 의거하여 실험조합을 구성하고 실험을 실시한다.

3) 제한조건을 고려한 벌칙함수가 추가된 SN비를 계산한다.

4) 분산분석을 통해 추정된 설계인자의 수준들로 구성된 최적 실험조합을 결정한다.

5) SN비가 설정된 값에 수렴하면 설계과정을 정지한다. 그렇지 못한 경우에는 최적수준 탐색기법에서 제시한 새로운 수준들을 사용하여 2)에서 4)의 과정을 반복한다.

III. 적용사례

개선된 다구찌 기법을 이용한 강건 최적설계 기법의 타당성을 검증하기 위하여 5 kW, 정격 속도 2,300 rpm, 정격 토크 20 Nm의 전기자동차 구동용 BLDC 전동기가 설계대상으로 선정되었다. 장하분배법을 이용하여 도출된 전동기의 주요

Table I. Conceptual design of a BLDC motor.

	Parameter	Dimension
Rotor	Outer diameter	126 mm
	Inner diameter	70 mm
	Magnet length/height	38/4 mm
	No. of poles	8
	Permanent magnet	NdFeB
Stator	Outer diameter	200 mm
	Inner diameter	127.4 mm
	Lamination height	38 mm
	No. of slots	12
	No. of coil turns	24

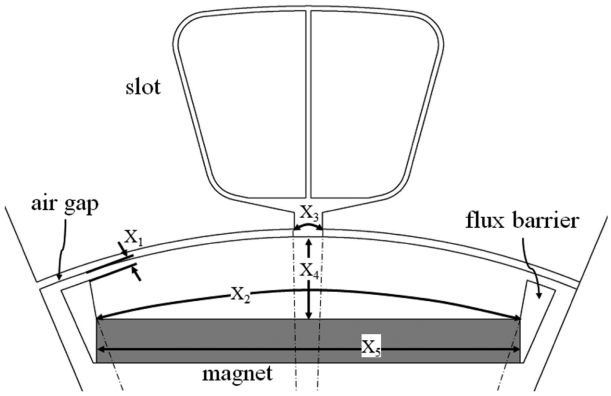

Fig. 3. One-eighth model and five design variables.

치수에 대한 개념설계 결과는 Table I와 같다.

BLDC 전동기는 영구자석, 자속장벽(flux barrier) 및 고정자의 슬롯 구조에 의해 코깅 토크(cogging torque)가 발생하고 이는 전동기의 진동과 소음을 유발한다[10]. 따라서 본 논문에서는 개념 설계된 전동기의 코깅 토크를 최소화하기 위하여 Fig. 3과 같이 5개의 주요 설계인자를 설정하였다. 다구찌 기법의 실험조합에 따른 모의실험을 수행하기 위하여 상용 전자기장 해석도구인 MagNet VII을 이용하였다[11]. 설계결과의 비교/분석을 위하여 전동기 코깅 토크 저감 설계에는 기존 결정론적 최적설계와 개선된 다구찌 기법을 이용한 강건 최적설계가 각각 적용되었다.

1. 결정론적 최적설계 문제정의

설계 대상인 BLDC 전동기의 코깅 토크 최대치를 목표 성능함수 h, 즉 설계문제의 목적함수 f로 정의한다. 이때 식(5)에서와 같이 다음 두 가지 전동기 성능에 관련된 구속조건을 고려하여 목적함수를 최소화한다.

1) g_1: 설계된 전동기의 정격 토크는 20 Nm보다 커야한다.

2) g_2: 설계된 전동기의 토크 리플(torque ripple)이 초기 개념설계 전동기의 토크 리플인 17.7 %보다 작아야 한다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{X}) \\ &\text{subject to} \quad g_1(\boldsymbol{X}) = 20 - T_{avg} \le 0 \\ &g_2(\boldsymbol{X}) = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{avg}} \times 100 - 17.7 \le 0 \\ &\boldsymbol{X}_L \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}_U \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 T_{avg}는 실시간 토크의 평균치로 정격 토크를, T_{max}와 T_{min}는 각각 실시간 토크의 최대치와 최소치를 의미한다. $\boldsymbol{X}_L$와 $\boldsymbol{X}_U$는 각 설계변수의 설정된 하한 및 상한값을 나타내며 이에 대한 값은 Table II에 제시하였다. 불확실성에 의한 설계변수의 변동을 배제한 식(5)의 설계문제의 최적해는 순차이차계획법(sequential quadratic programming)을 적용하여 탐색 하였다[12].

Table II. Design and noise factors for a BLDC motor

Design factor	Level 1	Level 2	Level 3	X_L	X_U
X_1 (mm)	0.7	0.8	0.9	0.6	2.0
X_2 (deg)	36.67	36.77	36.87	36.20	37.92
X_3 (deg)	2.14	2.24	2.34	1.79	2.69
X_4 (mm)	6.9	7.0	7.1	4.0	10.0
X_5 (mm)	37.8	37.9	38.0	36.0	38.0
Noise factor	Level 1	Level 2	Level 3	-	-
Tolerance	−0.1	0	0.1	-	-

2. 강건 최적설계 문제정의

개선된 다구찌법을 이용한 강건 최적설계 문제의 정식화를 위하여 식(5)의 구속조건인 평균토크 g_1와 토크리플 g_2로 벌칙함수 $P(\boldsymbol{X})$를 구성하여 식(6)과 같이 새로운 성능치 $\bar{y}_i$를 정의한다. 실험조합 중 구속조건을 위배 할 경우 벌칙함수에 의해 성능치의 값이 크게 되어 최적조합 선택에서 제외한다. 각 설계인자는 모두 3 수준으로 설정 하였으며, 교호작용을 고려하지 않는 5인자 3 수준의 L18(3^5) 직교배열을 이용하여 실험조합을 구성하였다[13]. 설계인자의 제작공차에 따라 발생하는 불확실성을 잡음인자(noise factor)로 설정하여 ± 0.1의 공차로 야기되는 목적함수의 변동을 분산분석(analysis of variance)을 통해 계산하였다(Table II 참조).

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f = -10\log\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2\right] \\ &\bar{y}_i = h(\boldsymbol{X}) + r_p P(\boldsymbol{X}) \\ &P(\boldsymbol{X}) = \sum_{j=1}^{2}\{\max[0, g_j(\boldsymbol{X})]^2\} \end{aligned} \tag{6}$$

여기서 벌칙함수의 가중치 r_p의 값은 1로 설정하였다.

3. 최적설계 결과분석

Table III에서는 개념설계 된 전동기의 설계변수 값을 기준으로 결정론적 최적설계와 제안한 강건 최적설계에 의해 도출된 설계치를 비교하였다. 또한 설계변수에 ± 0.1의 공차가 포함되었을 때, 세 가지 전동기 설계에서 나타나는 코깅 토크 최대치의 평균(μ_h), 정격토크(T_{avg}), 토크 리플(T_{ripple}), 코깅 토크 최대치의 표준편차(σ_h)를 제시하였다. 결정론적 최적설계와 강건 최적설계 결과는 모두 정격 토크와 토크 리플에 대한 구속조건을 만족하고 있다. 세 가지 전동기 설계 중 결정론적 최적설계가 가장 작은 코깅 토크의 값을 갖지만 코깅 토크의 변동은 개념설계보다 40 % 이상 증가한다. 이는 결정론적 최적설계 의한 전동기는 설계변수의 공차가 고려되었을

Table III. Performances indicators at three different designs

Design variable	Conceptual design	DDO	Proposed
X_1	0.8	1.32	0.90
X_2	36.77	37.9	37.2
X_3	2.24	1.79	1.84
X_4	7.0	4.33	7.30
X_5	38.0	36.0	38.0
μ_h (Nm)	0.641	0.393	0.553
T_{avg} (Nm)	20.28	20.59	20.15
T_{ripple} (%)	17.7	13.5	15.8
σ_h	0.0415	0.0591	0.0329
Iterative designs	-	9	17
Simulator calls	-	158	918

경우, 다른 두 가지 전동기 설계에 비해 코깅 토크의 변동이 가장 심하다는 것을 의미한다. 반면 본 논문에서 제안한 강건 최적설계는 결정론적 최적설계에 비해 코깅 토크의 크기가 다소 높지만 그 변동은 다른 두 가지 설계에 비해 가장 작다. 한편, 전동기 최적 설계치를 도출하기 위해 두 가지 최적설계 기법에서 요구하는 반복설계와 모의시험 회수를 Table III의 하단에 제시하였다. Fig. 4는 두 가지 최적설계에 의한 전동기에서 발생하는 코깅 토크의 파형을 보여준다. 이상 세 가지 전동기 설계결과에 대한 고정자 및 회전자의 형상을 Fig. 5에 비교하였다.

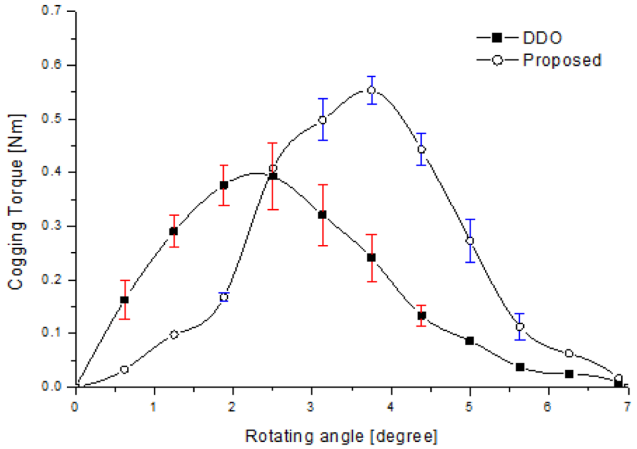

Fig. 4. (Color online) Comparison about cogging torque and variation between DDO and proposed method.

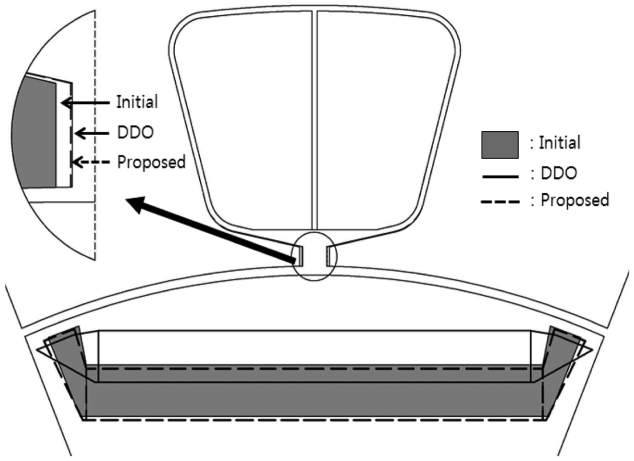

Fig. 5. Shapes between three different designs.

IV. 결　　론

본 논문에서는 설계변수의 가공오차를 고려한 BLDC 전동기의 코깅 토크 저감을 위한 효율적인 강건 최적설계의 방안으로 개선된 다구찌 기법을 제안하였다. 개념설계와 결정론적 최적설계 결과와 비교를 통하여 제안된 기법에 의해 설계된 전동기의 코깅 토크 특성이 설계변수의 불확실성 즉, 가공오차에 대해 가장 강인함을 확인하였다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2014R1A1A4A01008767).

References

[1] J. Tu, K. K. Choi, and Y. H. Park, J. Mechanical Design **121**, 557 (1999).
[2] A. Haldar and S. Mahadevan, Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design, John Wiley & Sons, New York (2000).
[3] N. Kim, D. Kim, D. Kim, H. Kim, D. Lowther, and J. Sykulski, IEEE Trans. Magn. **46**, 3117 (2010).
[4] F. Guimaraes, D. Lowther, and J. Ramirez, IEEE Trans. Magn. **42**, 1207 (2006).
[5] N. Sengil, IEEE Trans. Plasma Sci. **41**, 1156 (2013).
[6] M. Phadke, AT&T Bell Laboratories, Quality Engineering Using Robust Design, Prentice hall PTR, New Jersey (1989).
[7] S. Lee, A software for robust optimal design of structures using the Taguchi method, Master Thesis, KAIST, Korea (1998).
[8] I. Lee, K. K. Choi, L. Du, and D. Gorsich, ELSEVIER Comput. & Struct. **86**, 1550 (2008).
[9] N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques For Engineering Design, McGraw-Hill, New York (1993).
[10] B. Lee, D. You, and G. Kang, J. Hur, IEEE Trans. Ind. Appl. **39**, 1068 (2004).
[11] MagNet VII User's Manual, Infolytica Corporation, Quebec, Canada (2012).
[12] J. S. Arora, Introduction to Optimum Design, Elsevier, New York (2004).
[13] A. M. Omekanda, IEEE Trans. Ind. Appl. **42**, 473 (2006).