ISSN (Print) 1598-5385
ISSN (Online) 2233-6648
≪연구논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society 27(1), 9-17 (2017) https://doi.org/10.4283/JKMS.2017.27.1.009

Calculation of Self and Mutual Inductances in Multi-Phase Permanent Magnet Synchronous Motor

Cheewoo Lee*
Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University, Busan 46241, Korea

(Received 19 December 2016, Received in final form 16 January 2017, Accepted 17 January 2017)

A multi-phase electric machine has gained distinct interest due to its high reliability compared to a three-phase structure, and in this paper, self and mutual inductances in a five-phase permanent magnet synchronous machine (PMSM) are estimated by an analytical method. Recently, most of high-performance operations are implemented by field oriented control and/or direct torque control, and inductance for those controls is one of the key parameters in the voltage equation of phase windings. Winding function theory (WFT) is employed to calculate the inductance of phase windings, and it is verified that the result of the analytical method has a deviation of approximately 3 % compared to finite element analysis. Finally, in this paper, the way to obtain direct and quadrature inductance values are introduced from the analytical inductance calculated by WFT.

Keywords : multi-phase, permanent magnet synchronous motor, inductance, winding function theory

다상 영구자석 동기 전동기의 자기 및 상호 인덕턴스 계산

이치우*
부산대학교 전기컴퓨터공학부, 부산시 금정구 부산대학로 63번길 2, 46241

(2016년 12월 19일 받음, 2017년 1월 16일 최종수정본 받음, 2017년 1월 17일 게재확정)

다상 전동기는 기존의 3상 전동기와 비교하여 높은 신뢰성과 성능의 이점 때문에 고 신뢰성을 요하는 전장과 특수기기 분야에서 많은 관심을 갖고 있다. 본 연구에서는 다상 전동기들 중 5상 영구자석 동기 전동기를 이용하여 전동기 제어의 주요 변수인 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 수식을 통한 추정 방법을 다룬다. 최근 대부분의 고효율 구동 전동기들은 FOC(Field Orinted Control)와 DTC(Direct Torque Control) 제어를 이용하므로 전압 방정식에서 가장 중요한 인덕턴스를 정확하게 추정하는 것이 중요하다. 인덕턴스를 수식적으로 계산하기 위해서 본 연구에서는 WFT(Winding Function Theory)를 적용하였다. 계산된 인덕턴스의 결과 값의 타당성 유무를 확인하기 위하여 유한요소해석과 비교 하였으며 약 3 %의 편차를 가지는 것을 확인하였다. 최종적으로 WFT를 이용하여 계산된 인덕턴스를 FOC와 DTC 제어에 필요한 값인 d축과 q축 인덕턴스로 변환하는 과정을 소개한다.

주제어 : 다상, 영구자석 동기 전동기, 인덕턴스, winding function theory

I. 서 론

고 신뢰성을 요하는 전장, 항공, 군용, 의료 기기들에서는 기존 3상 전동기에서 다상 전동기로의 교체가 점차 확대되고 있다. 3상 전동기와 비교하여 다상 전동기는 두 개의 상의 고장에도 연속적인 운전이 가능하여 고 신뢰성을 요구하는 시스템에 적합하다. 또한 기존 3상 전동기보다 효율, 출력 밀도, 토크 맥동 개선이 유리한 장점이 있다[1-4].

© The Korean Magnetics Society. All rights reserved.
*Corresponding author: Tel: +82-51-510-7377,
Fax: +82-51-513-0212, e-mail: cwlee1014@pusan.ac.kr

최근 대부분의 고효율 운전을 하는 유도기와 동기 전동기는 고도의 정확성과 빠른 응답특성을 갖는 시스템이 필수적으로 요구된다. 이와 관련하여 다양한 제어기법이 연구되어졌으며 그중 전반적으로 많이 사용되는 제어 기법 중 하나가 FOC(Field Orinted Control)이다. 기존 FOC 기법은 속응성과 정확도 측면에서 뛰어나나 복잡한 연산을 요구하여 알고리즘 구현이 힘들며 전동기의 정수 변화가 토크의 동적 특성에 미치는 영향이 큰 단점을 가지고 있다. FOC 기법의 단점을 보완하는 제어 기법 중 하나가 DTC(Direct Torque Control)이다. DTC 기법은 연산이 보다 간단하며, 토크와 고정자 자속을 독립적으로 제어할 수 있다[5-7].

FOC와 DTC의 두 제어 방법을 사용하기 위해서는 상 전압 방정식의 정확한 모델로부터 d축과 q축 성분 계산이 필요하다. 전압 방정식은 권선 저항 성분과 회전자 위치에 대한 쇄교자속 성분으로 나누어진다. 권선 저항 성분은 쉽게 측정이 가능하나 회전자 위치에 따라 그 크기가 변하는 쇄교자속 성분의 계산이 간단하지 않다. 쇄교자속은 상 전류와 인덕턴스의 곱으로 정해지며 전동기의 전자계 구조에 의해 결정되는 인덕턴스를 정확하게 구할 필요가 있다. 전동기의 인덕턴스를 계산하는 방법으로는 수치해석법인 유한요소해석이 많이 사용되고 있다. 유한요소해석의 장점은 특성해석의 결과가 실험 결과와 비슷하다는 것이지만 그에 비해 해석 시간이 많이 소요되며 파라미터 변경 시 반복 작업을 다시 수행하여야 하는 단점이 있다. 유한요소해석의 단점인 긴 해석 시간을 보완하는 방안으로 자기등가회로법이 있으나 전동기의 각 부분의 릴럭턴스 계산을 통한 자기등가회로를 구현하는 과정에서 복잡한 수식 설계와 긴 코딩 시간이 필요한 단점이 있다. 따라서 최근 전동기 인덕턴스 계산에 있어서 유한요소해석의 정확성과 자기등가회로법의 짧은 해석 시간의 장점을 가지는 WFT(Winding Function Theory)를 이용한 해석이 각광을 받고 있는 추세이다. WFT 방법은 권선이 배치된 형상으로부터 인덕턴스 계산을 위한 수식을 유도하므로 수식이 간단하고 코딩을 통한 짧은 해석 시간이 장점이다[8, 9].

본 연구에서는 WFT 해석을 이용하여 5상 영구자석 동기 전동기의 인덕턴스를 계산하는 방법을 소개한다. 계산된 인덕턴스의 결과 값의 타당성 유무를 확인하기 위하여 유한요소해석과 비교하였으며 약 3 %의 편차를 가지는 것을 확인하였다. 최종적으로 WFT를 이용하여 구한 winding function을 FOC와 DTC 제어에 필요한 값인 d축과 q축 성분으로 변환하여 인덕턴스를 계산하는 과정을 소개한다.

II. 5상 영구자석 동기 전동기의 Winding Function 모델

Fig. 1은 본 연구에 적용된 5상 영구자석 동기 전동기와 권선 결선을 보여 준다. 고정자는 20개의 슬롯으로 되어 있으며 각 상 권선은 4개의 슬롯에 감겨진다. 4개의 영구자석은 회전자 표면에 부착되어 진다. 5상 영구자석 동기 전동기의 주요 설계 치수와 재질 정보를 Table I에 요약하였다.

1. Turns function

본 연구에서는 영구자석이 없는 경우를 먼저 고려하여 인덕턴스를 구한 후 영구자석의 영향을 추가하여 연구를 진행하였다. Fig. 2는 5상 영구자석 동기 전동기의 A상의 권선 배치를 보여준다.

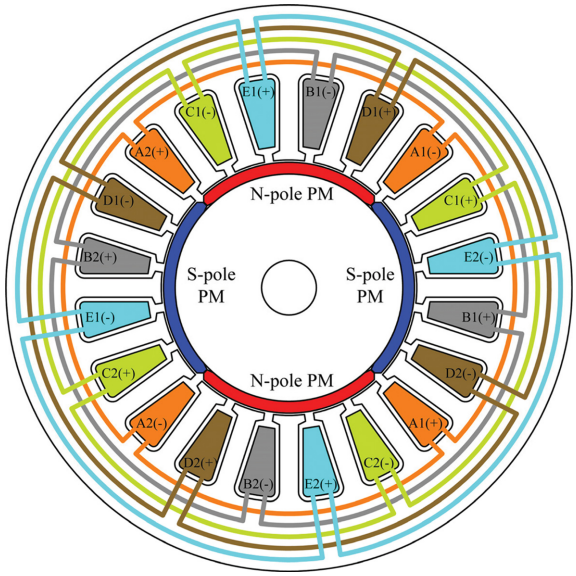


Fig. 1. (Color online) Cross-sectional view of five-phase surface-mounted PMSM and its phase windings.

Table I. Key dimensional and material information of five-phase PMSM.

Item	Unit	Value
Number of phase	-	5
Stator outer diameter	mm	124.0
Stator bore diameter	mm	56.0
Air gap	mm	0.5
PM's thickness	mm	2.56
Rotor outer diameter	mm	49.88
Shaft diameter	mm	12.0
Stack length	mm	55.0
PM material	-	NdFe30
Steel material	-	M19
Number of turns per phase	turns	200

Fig. 2의 주어진 폐경로 12341에서, 경로 12는 기준 각도($\theta = 0$)에서 고정자에서 회전자로 공극을 가로지르며, 임의의 각도($0 < \theta \le 2\pi$)에서 경로 34는 회전자에서 고정자로 공극을 가로지른다. 여기서 암페어의 주회 적분의 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\oint_{12341} \boldsymbol{H} \cdot dl = n(\theta) \cdot i \tag{1}$$

여기서 $n(\theta)$를 turns function이라고 부르며, 각도 θ까지의 폐경로에 둘러싸인 권선의 턴 수를 표현한다. 식(1)에서 선 적분은 오른손 법칙에 의해 시계 방향으로 시행되므로 권선에 전류가 지면으로 들어가는 방향으로 흐르면 $n(\theta)$는 양의 값을 가지고, 나오는 방향으로 전류가 흐르면 $n(\theta)$는 음의 값을 가지게 된다. Fig. 3은 5상 영구자석 동기 전동기 A상의 $0 < \theta \le 2\pi$에서의 $n(\theta)$을 보여준다. 여기서 α는 슬롯 피치 각도를

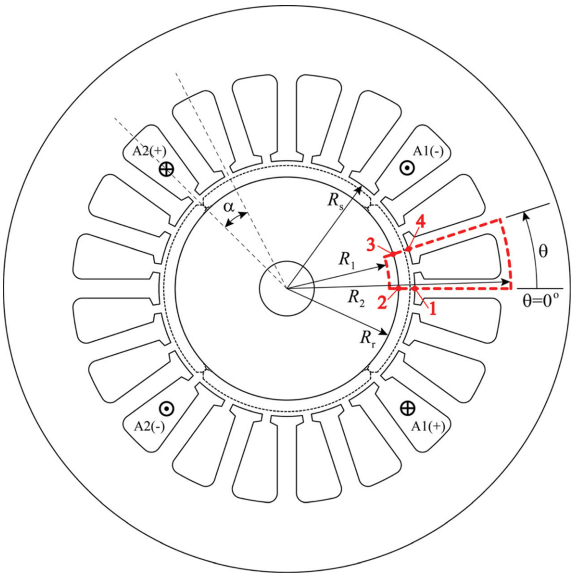


Fig. 2. (Color online) Placement of phase-A winding of five-phase surface-mounted PMSM.

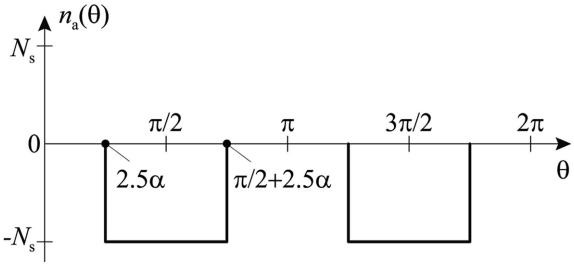


Fig. 3. Turns function of phase-A winding.

나타내며, 전류가 지면에서 나오는 방향으로 시작하므로 $n(\theta)$는 음의 값을 가지고 최솟값은 각 슬롯의 턴 수인 N_s와 같은 것을 알 수 있다.

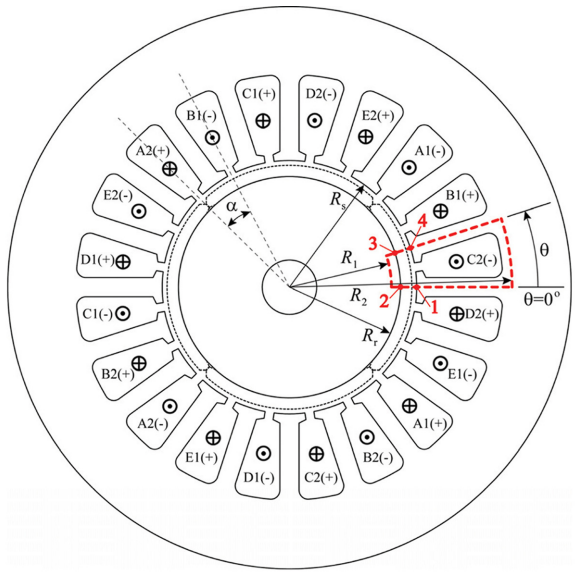
2. Winding function

WFT(Winding Function Theory)에 따라서 임의의 지점 θ에서의 기자력은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

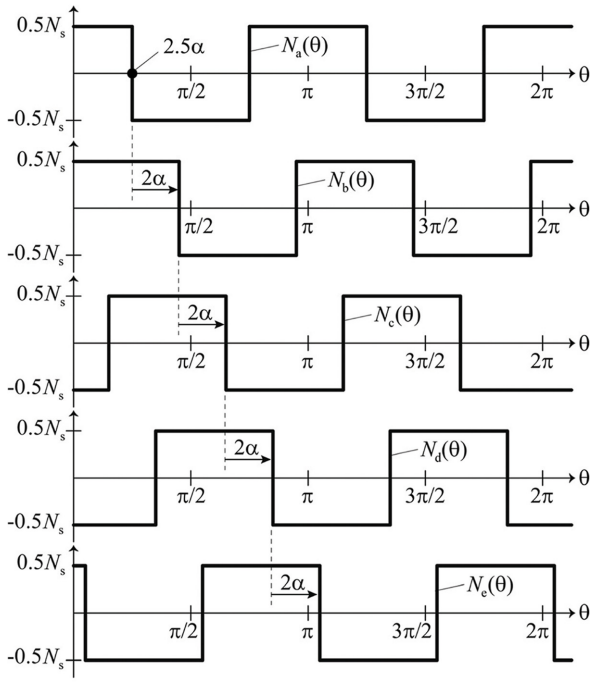
$$F_{34}(\theta) = (n(\theta) - \langle n(\theta)\rangle)\cdot i = N(\theta)\cdot i \tag{2}$$

여기서 turns function에서 turns function의 평균값을 뺀 $N(\theta)$를 winding function이라고 정의한다.

Winding function을 이용하면 전동기의 기자력 분포를 쉽게 구할 수 있으며 상 권선의 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 계산하는 기초가 된다. Fig. 3의 A상의 turns function에 식(2)를 적용하면 A상의 winding function을 쉽게 구할 수 있다. 동일한 방법으로 5상 영구자석 동기 전동기의 각 상의 권선 배치와 winding function을 Fig. 4에서 보여준다.



(a)



(b)

Fig. 4. (Color online) Winding function of each phase winding, (a) placement of phase windings, (b) winding function.

3. 슬롯 공간을 고려한 Winding function

Fig. 5는 5상 영구자석 동기 전동기의 실제 권선이 차지하는 공간을 도식화하여 보여준다. 권선과 고정자와의 절연 장치가 필요하므로 실제 권선은 전체 슬롯 공간 A_{ts}에서 절연 장치가 차지하는 공간을 뺀 A_s의 공간에 감겨진다.

Fig. 5에서 보여주는 것처럼 권선이 차지하는 공간 A_s는 사다리꼴 형태를 가지므로 Fig. 3의 turns function은 실제 권

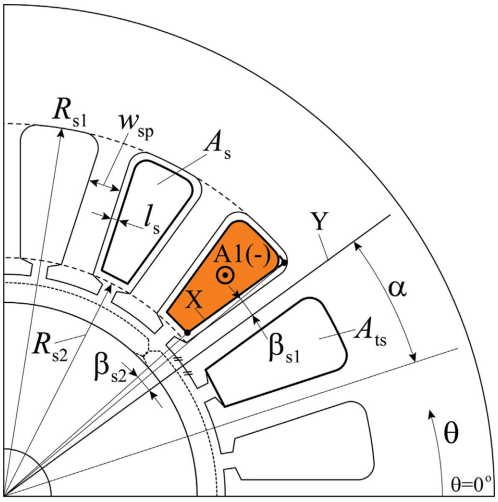


Fig. 5. (Color online) Slot area placed coil windings of PMSM.

선이 차지하는 위치에 맞는 턴 수로의 수정이 필요하다. Fig. 2에서 A1권선이 폐경로에 전부 포함되어 균일한 분포를 가지기 시작할 때의 turns function을 다음과 같이 정의하였다.

$$n_a(2.5\alpha) = -N_s \tag{3}$$

여기서, α는 극피치 각도를 의미한다. 식(3)을 수정하기 위해서는 Fig. 5의 두선 X와 Y의 사이의 각도를 β_{s1}과 β_{s2}의 각도를 이용하여 정의하여야 한다. β_{s1}과 β_{s2}는 다음과 같다.

$$\beta_{s1} = \sin^{-1}\left(\frac{0.5w_{sp} + l_s}{R_{s1} - l_s}\right) \tag{4}$$

$$\beta_{s2} = \sin^{-1}\left(\frac{0.5w_{sp} + l_s}{R_{s2} - l_s}\right) \tag{5}$$

따라서 A1권선이 균일한 분포를 갖기 위해 필요한 각도는 다음과 같다.

$$\beta = \alpha - 2\beta_s = \alpha - (\beta_{s1} + \beta_{s2}) \tag{6}$$

Table I의 주어진 5상 영구자석 동기 전동기의 치수들로부터 식(6)을 계산할 수 있으며, 식(3)은 권선 분포를 고려하여 다음과 같이 수정가능하다.

$$n_a(\theta) = -\frac{N_s}{\beta}\{\theta - (2.5\alpha - 0.5\beta)\}$$
$$(2.5\alpha - 0.5\beta \le \theta \le 2.5\alpha + 0.5\beta) \tag{7}$$

결과적으로 A상 권선의 winding function은 식(8)과 같으며 Fig. 6에 A상 권선의 분포가 고려된 turns function과 winding function을 나타내었다.

$$N_a(\theta) = n_a(\theta) - \langle n_a(\theta)\rangle = n_a(\theta) + \frac{N_s}{2} \tag{8}$$

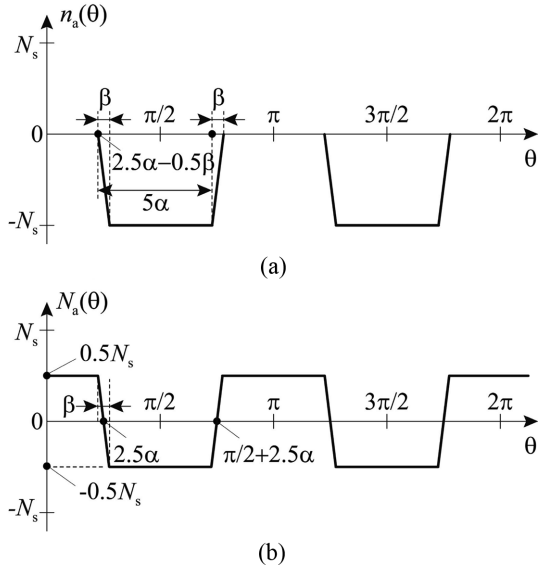


Fig. 6. Turns function and winding function of phase-A in terms of uniformly distributed winding, (a) turns function, (b) winding function.

III. Winding function을 이용한 인덕턴스 계산

1. 상호 인덕턴스

A상과 C상 사이의 상호 인덕턴스 L_{CA}를 계산하기 위해서는, A상 권선에 전류가 흐를 때 C상 권선에 쇄교하는 총 자속 λ_{CA}를 winding function을 이용하여 정의하여야 한다. A상 권선에서 발생되는 공극 자속은 기자력과 공극 퍼미언스를 이용하여 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$d\Phi_a(\theta) = F_a(\theta)\cdot P(\theta) = F_a(\theta)\cdot\frac{\mu_0 R_a l d\theta}{l_g}$$
$$\left(R_a = \frac{R_s + R_r}{2},\ l_g = R_s - R_r\right) \tag{9}$$

여기서 μ_0는 공극 투자율, l은 적층길이, R_s, R_r은 고정자 내경과 회전자 코어의 외경을 각각 의미한다.

본 연구에서는 철심에서 소모되는 기자력 강하 성분의 영향을 확인하기 위해서 유효공극 l_{ge}를 적용하지 않았다. 상호 쇄교자속 λ_{CA}는 A상 공극 자속과 C상 권선 턴 수의 곱이므로 다음과 같다.

$$\lambda_{CA} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\int_0^{2\pi} n_c(\theta)\cdot F_a(\theta)d\theta \tag{10}$$

식(2)를 식(10)에 대입하여 A상과 C상 사이의 상호 인덕턴스 L_{CA}를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$L_{CA} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\int_0^{2\pi} N_c(\theta)\cdot N_a(\theta)d\theta \tag{11}$$

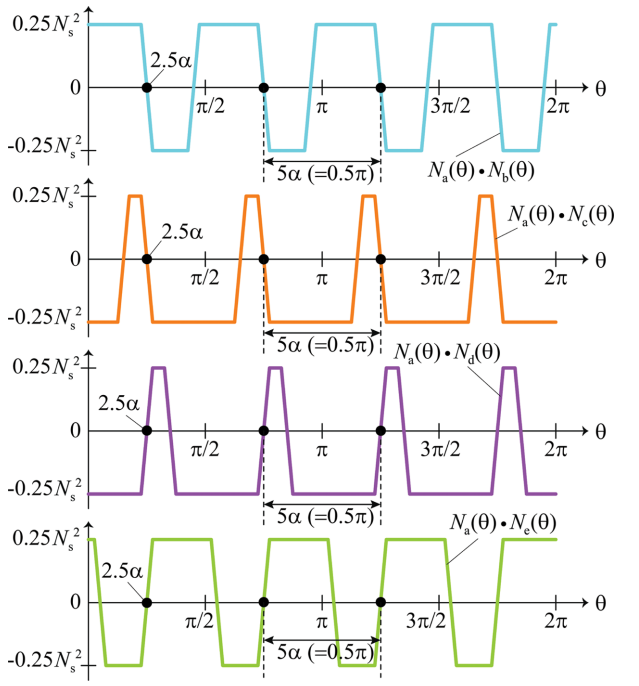


Fig. 7. (Color online) Product of turns function of phase-A and other turns functions.

동일한 방법으로 A상의 상호 인덕턴스들을 유도할 수 있다. 식(11)로부터 A상의 상호 인덕턴스를 계산하기 위해서는 두 상의 winding function들의 곱이 필요한 것을 알 수 있으며 Fig. 7에 나타내었다.

Fig. 7로부터 L_{AB}와 L_{AE}가 동일하고, L_{AC}와 L_{AD}가 동일한 것을 알 수 있다. 따라서 두 개의 상호 인덕턴스 L_{AB}와 L_{AC}의 계산만으로 A상의 상호 인덕턴스를 완성할 수 있다. Fig. 8은 상호 인덕턴스 L_{AB}와 L_{AC} 계산을 위한 두 winding function들의 곱들을 도식화하여 보여준다.

Fig. 8에서 두 각도 γ_1과 γ_2는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta\theta_1 = 8\alpha - 5\alpha = 3\alpha$$
$$\therefore \gamma_1 = \Delta\theta_1 - \beta = 3\alpha - \beta \tag{12}$$

$$\Delta\theta_2 = 5\alpha - 4\alpha = \alpha$$
$$\therefore \gamma_2 = \Delta\theta_2 - \beta = \alpha - \beta \tag{13}$$

식(12)와 (13)으로부터 Fig. 8의 각 사다리꼴의 면적은 다음과 같다.

$$A_1 = 0.5(\gamma_1 + 3\alpha)\cdot 0.25N_s^2 \tag{14}$$

$$A_2 = 0.5(4\alpha - \beta)\cdot 0.25N_s^2 \tag{15}$$

$$A_3 = 0.5(\gamma_2 + \alpha)\cdot 0.25N_s^2 \tag{16}$$

$$A_4 = 0.5(8\alpha - \beta)\cdot 0.25N_s^2 \tag{17}$$

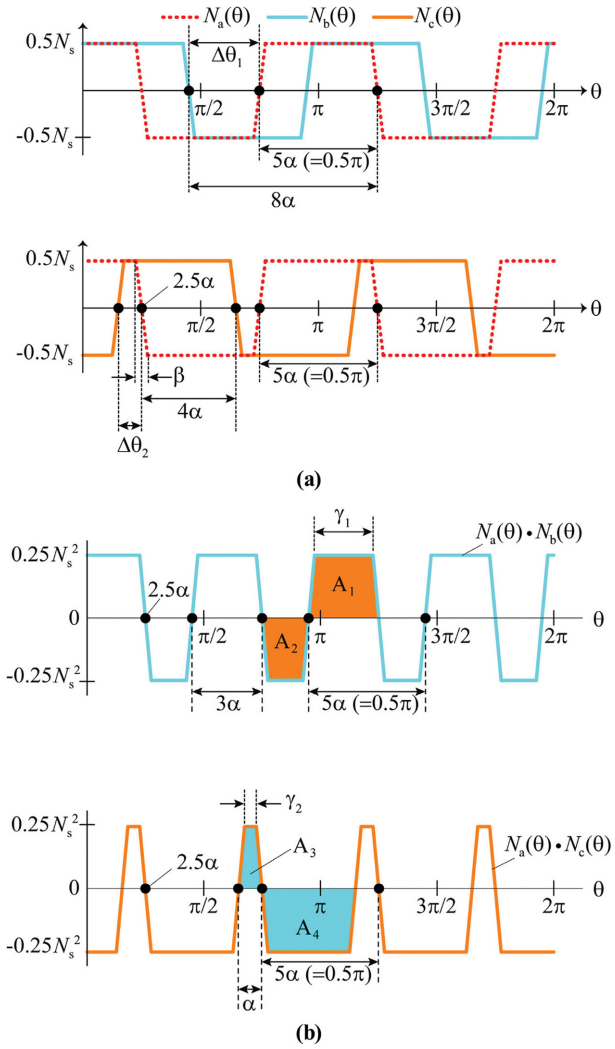


Fig. 8. (Color online) Graphical interpretation for the calculation of phase-A mutual inductance, (a) overlap between phase-A with phase-B and phase-C, (b) product of two winding function.

따라서 상호 인덕턴스 L_{AB}와 L_{AC}는 다음과 같다.

$$L_{AB} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\{4\cdot(A_1 - A_2)\} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g} N_s^2 \alpha \tag{18}$$

$$L_{AC} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\{4\cdot(A_3 - A_4)\} = -\frac{\mu_0 R_a l}{l_g} 3N_s^2 \alpha \tag{19}$$

2. 자기 인덕턴스

상호 인덕턴스와 같은 방법으로 A상의 자기 인덕턴스 또한 구할 수 있다. 식(11)로부터 A상의 자기 인덕턴스는 자기 winding function의 자승으로 정의할 수 있다.

$$L_{AA} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\int_0^{2\pi} N_a^2(\theta)d\theta \tag{20}$$

Fig. 9는 자기 인덕턴스를 구하기 위한 A상 winding function

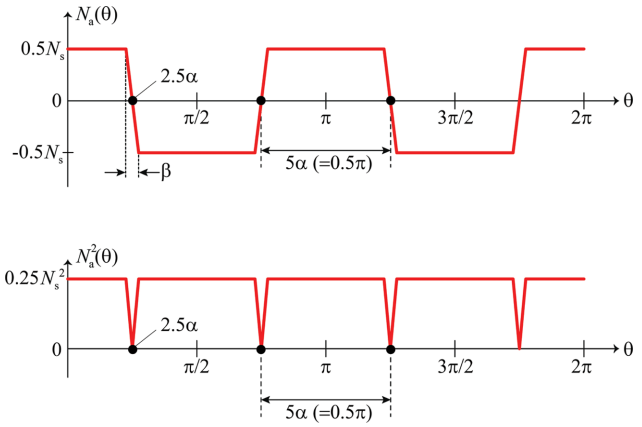


Fig. 9. (Color online) Square of winding function of phase-A.

의 자승을 설명하고 있으며 식(20)을 적용하여 A상의 자기 인덕턴스를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$L_{AA} = \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\{0.25N_s^2(2\pi - 4\beta) + 4(0.5\cdot 0.25N_s^2\cdot\beta)\}$$
$$= \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}0.475\pi N_s^2 \qquad (21)$$

3. Winding function을 이용한 인덕턴스 결과 확인

Winding function으로부터 구한 상호 인덕턴스와 자기 인덕턴스 결과 값의 타당성을 입증하기 위하여 유한요소해석으로 구한 각 상의 쇄교자속과 비교를 실시하였다. 또한, 영구자석의 두께가 미치는 영향을 확인하기 위하여 공극 길이 l_g를 실제 공극 길이인 0.5[mm]일 때와 영구자석의 두께가 포함된 길이 3.06[mm]의 두 가지 경우를 비교하였다.

공극 길이 l_g가 0.5[mm]인 경우, 식(18), (19)의 상호 인덕턴스와 식(21)의 자기 인덕턴스로부터 영구자석이 없을 때의 A상의 쇄교자속은 다음과 같다.

$$\lambda_A = L_{AA}i_A + L_{AB}i_B + L_{AC}i_C + L_{AD}i_D + L_{AE}i_E$$
$$= 0.057i_A + 0.012i_B - 0.036i_C - 0.036i_D + 0.012i_A \qquad (22)$$

동일한 방법으로 나머지 상들의 쇄교자속을 쉽게 구할 수 있다. Fig. 10은 winding function과 유한요소해석으로 구한 각각이 쇄교자속을 비교하여 보여준다. 결과로부터 유한요소해석으로 구한 쇄교자속이 winding function으로 계산된 값과 약 9 %의 편차를 가지는 것을 알 수 있다. 이 편차는 철심에서 소모되는 기자력 강하의 영향으로 볼 수 있다.

Table I로부터 영구자석의 두께는 2.56[mm]를 가지는 것을 확인할 수 있다. 영구자석의 투자율을 공극의 투자율과 같으므로 공극 길이 l_g는 0.5[mm]에서 3.06[mm]로 증가하게 된다. 또한, 회전자 철심까지의 반지름 R_r은 영구자석이 차지하는 공간만큼 27.75[mm]에서 26.47[mm]로 작아진다. Fig. 11

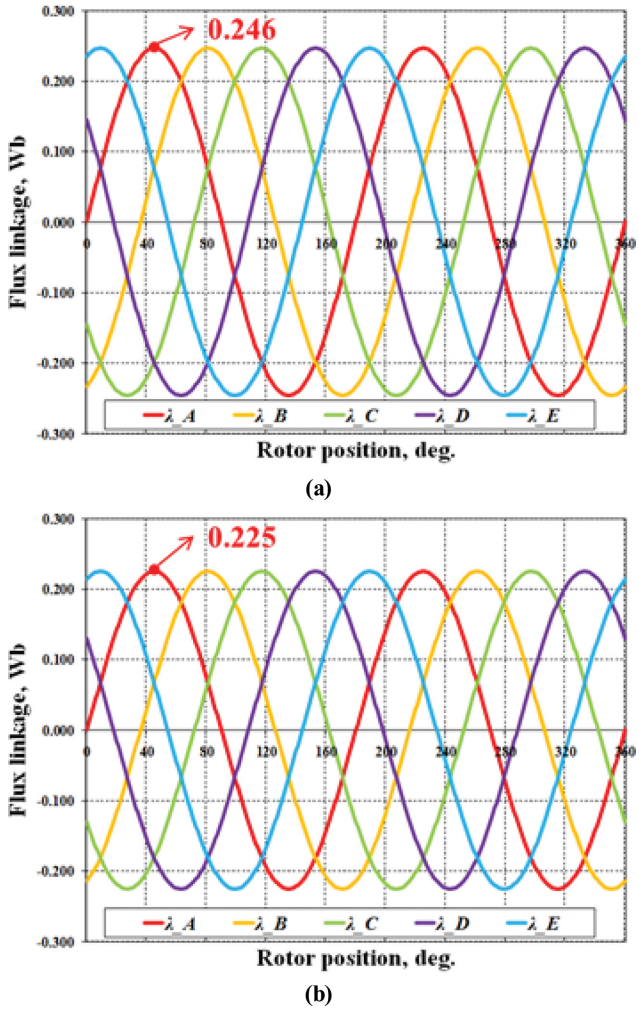


Fig. 10. (Color online) Comparison of flux linkage with analytical calculation and FEA simulation without PMs (l_g = 0.5 mm), (a) analytical calculation, (b) FEA simulation.

은 공극 길이 l_g가 3.06[mm]인 경우 winding function으로 계산된 쇄교자속을 보여준다. Fig. 10(b)와 비교로부터 영구자석에 의한 공극 증가의 효과 때문에 쇄교 자속이 약 84.4 % 감소하는 것을 알 수 있다.

4. 영구자석의 쇄교자속

5상 영구자석 동기 전동기의 A상의 전체 쇄교자속은 권선과 영구자석에 의한 쇄교자속 성분으로 구성되어지므로 식(23)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda_A = L_{AA}i_A + L_{AB}i_B + L_{AC}i_C + L_{AD}i_D + L_{AE}i_E + \lambda_{AP} = \lambda_{AW} + \lambda_{AP} \qquad (23)$$

여기서 λ_{AW}와 λ_{AP}는 A상 권선과 영구자석에 의한 쇄교자속을 각각 나타낸다. 영구자석이 A상 권선에 쇄교하는 자속을 구하기 위해서 자기등가회로를 이용하였다. Fig. 12는 5상 영구자석 동기 전동기의 자속을 구하기 위해 간소화된 모델을

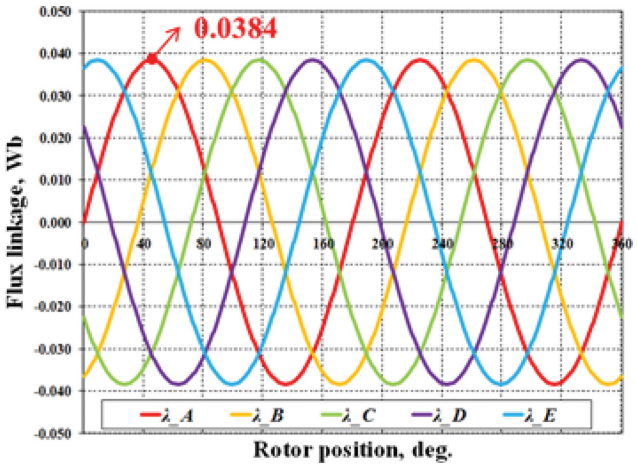


Fig. 11. (Color online) Flux linkage in analytical calculation under the condition with non-magnetized PMs (l_g = 3.06 mm).

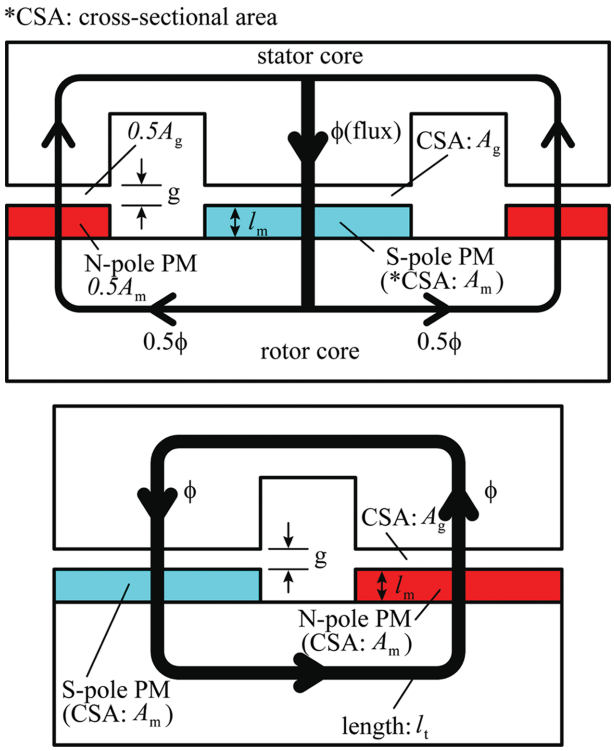


Fig. 12. (Color online) Cross-sectional area of one quarter of the PM motor.

보여준다.

철심의 기자력 강하 성분을 무시하며, Fig. 12의 자기등가회로에서 영구자석이 공급하는 기자력은 다음과 같다.

$$F = 2H_g g + 2H_m l_m = 0 \tag{24}$$

여기서 H_g와 H_m는 각각 공극과 영구자석에서의 자계세시를 말하며 g, l_m은 공극 길이와 영구자석의 자화 방향 길이를 각각 의미한다. 공극과 영구자석을 통과하는 자속의 크기는 같으므로 식(24)로부터 영구자석의 자속 밀도 B_m을 다음과 같

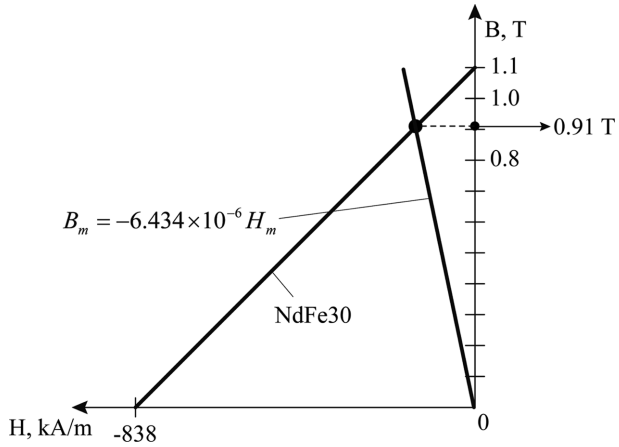


Fig. 13. Second quadrant of hysteresis loop for NdFe30.

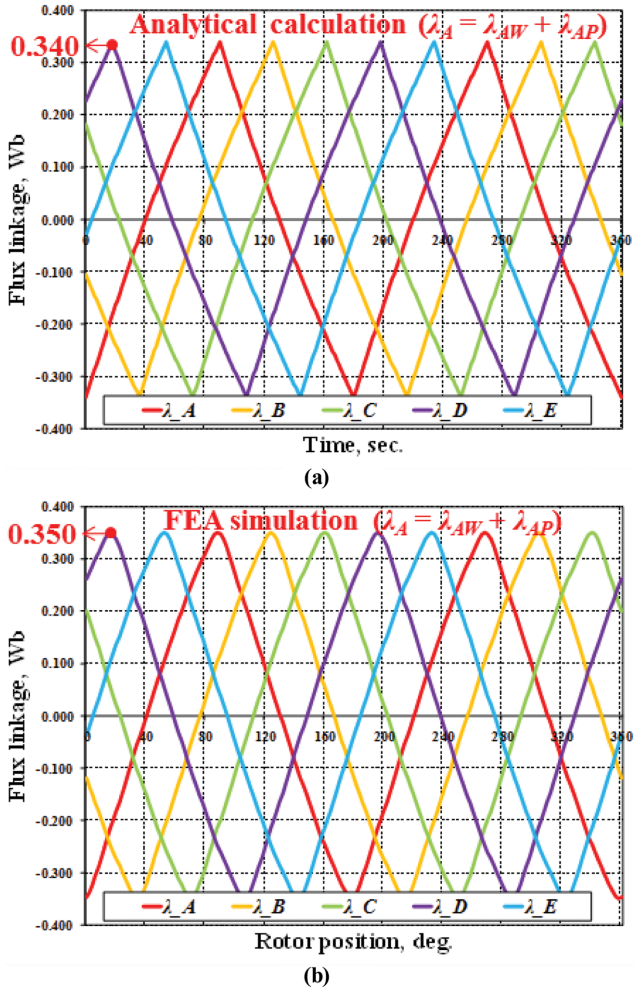


Fig. 14. (Color online) Comparison of total flux linkage by the windings and PMs, (a) analytical calculation by winding function, (b) FEA simulation.

이 유도할 수 있다.

$$B_m = -\mu_0\left(\frac{A_g}{A_m}\right)\left(\frac{l_m}{g}\right)H_m \tag{25}$$

자속퍼짐현상이 없는 이상적인 경우 공극 단면적 A_g와 영구자석의 단면적 A_m는 같은 크기를 가지므로 영구자석의 자속밀도는 공극 길이 g와 영구자석 두께 l_m에 의해 결정된다. 영구자석 NdFe30에서 B_m과 H_m과의 관계는 Fig. 13의 곡선과 같이 주어짐을 알고 있다. 부하선이라는 선형관계는 Fig. 13에 그려질 수 있고 이 도표로부터 다음과 같은 답을 얻을 수 있다.

$$B_m = B_g = 0.91[T] \tag{26}$$

영구자석이 A상 권선에 쇄교하는 자속 λ_{AP}의 최댓값은 식(26)의 결과로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_{max} = 4N_pA_{g,\,max}B_g \tag{27}$$

자속퍼짐현상을 무시할 경우 λ_{AP}은 최대에서 최솟값으로 선형적으로 변한다고 볼 수 있다. Fig. 14는 5상 영구자석 동기 전동기의 권선과 영구자석의 자속에 의한 A상의 전체 쇄교자속 계산 결과를 유한요소해석과 비교하여 보여주고 있다. 결과로부터 유한요소해석의 쇄교자속의 최댓값이 계산값보다 약 3 % 큰 것을 알 수 있다. 이는 영구자석의 자속퍼짐현상 때문에 식(25)에서 A_g가 계산 값보다 더 크기 때문이다.

IV. Winding function을 이용한 D-Q축 인덕턴스 계산

D-Q 직각 좌표계로의 변환은 시변 계수가 제거되어 일정한 계수를 갖는 불시변 미분 방정식으로 전환이 가능하기 때문에 FOC(Field Oriented Control)와 DTC(Direct Torque Control) 제어 과정에 있어서 필수적 사항이다. 5상 영구자석 동기 전동기 쇄교자속을 임의의 각속도로 회전하는 D-Q 좌표계로의 변환하면 다음과 같다.

$$\lambda_{DQ} = T(\phi)\lambda_{abcde} = [T(\phi)L_{ms}T(\phi)^{-1}]i_{DQ} + T(\phi)L_f i_f \tag{28}$$

여기서 누설 자속성분은 무시하였으며 ϕ는 D축 좌표축과 A상 자속의 기준 축과의 사이각, L_{ms}는 각 상의 자기와 상호 인덕턴스의 행렬, $T(\phi)$는 좌표변환 행렬, L_f와 i_f는 영구자석의 등가 인덕턴스와 전류 크기를 각각 나타낸다. 식(11)과 식(21)에서 인덕턴스 정의로부터 식(28)의 우변 첫 항은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$T(\phi)L_{ms}T(\phi)^{-1}$$
$$= \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\int_0^{2\pi}\left\{T(\phi)\begin{bmatrix} N_a(\theta)N_a(\theta)N_a(\theta)N_a(\theta)N_a(\theta) \\ N_b(\theta)N_b(\theta)N_b(\theta)N_b(\theta)N_b(\theta) \\ N_c(\theta)N_c(\theta)N_c(\theta)N_c(\theta)N_c(\theta) \\ N_d(\theta)N_d(\theta)N_d(\theta)N_d(\theta)N_d(\theta) \\ N_e(\theta)N_e(\theta)N_e(\theta)N_e(\theta)N_e(\theta) \end{bmatrix}\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} N_a(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_b(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_c(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_d(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_e(\theta) \end{bmatrix}T(\theta)^{-1}\right\}d\theta \tag{29}$$

중괄호의 좌측 첫 항은 다음과 같이 D-Q축 winding function으로 풀 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_D(\theta)N_D(\theta)N_D(\theta)N_D(\theta)N_D(\theta) \\ N_Q(\theta)N_Q(\theta)N_Q(\theta)N_Q(\theta)N_Q(\theta) \\ N_N(\theta)N_N(\theta)N_N(\theta)N_N(\theta)N_N(\theta) \end{bmatrix} \tag{30}$$

여기서

$$N_D(\theta) = \frac{2}{5}[N_a(\theta)\cos\phi + N_b(\theta)\cos(\phi - n) + N_c(\theta)\cos(\phi - 2n) + N_d(\theta)\cos(\phi + 2n) + N_e(\theta)\cos(\phi + n)]$$

$$N_Q(\theta) = \frac{2}{5}[N_a(\theta)\sin\phi + N_b(\theta)\sin(\phi - n) + N_c(\theta)\sin(\phi - 2n) + N_d(\theta)\sin(\phi + 2n) + N_e(\theta)\sin(\phi + n)]$$

$$N_N(\theta) = \frac{2}{5}[(N_a(\theta) + N_b(\theta) + N_c(\theta) + n_d(\theta) + N_e(\theta))/\sqrt{2}]$$

최종적으로 L_{ms} 행렬의 D-Q축으로의 좌표변환 결과를 얻을 수 있다.

$$T(\phi)L_{ms}T(\phi)^{-1}$$
$$= \frac{\mu_0 R_a l}{l_g}\int_0^{2\pi}\frac{5}{2}\begin{bmatrix} N_D^2(\theta) & N_D(\theta)N_Q(\theta) & N_D(\theta)N_N(\theta) \\ N_D(\theta)N_Q(\theta) & N_Q^2(\theta) & N_Q(\theta)N_N(\theta) \\ N_D(\theta)N_N(\theta) & N_Q(\theta)N_N(\theta) & N_N^2(\theta) \end{bmatrix}d\theta$$
$$= \begin{bmatrix} L_{DD}L_{DQ}L_{DN} \\ L_{DQ}L_{QQ}L_{QN} \\ L_{DN}L_{QN}L_{NN} \end{bmatrix} \tag{31}$$

식(28)로부터 영구자석의 쇄교자석의 D-Q축 좌표변환은 다

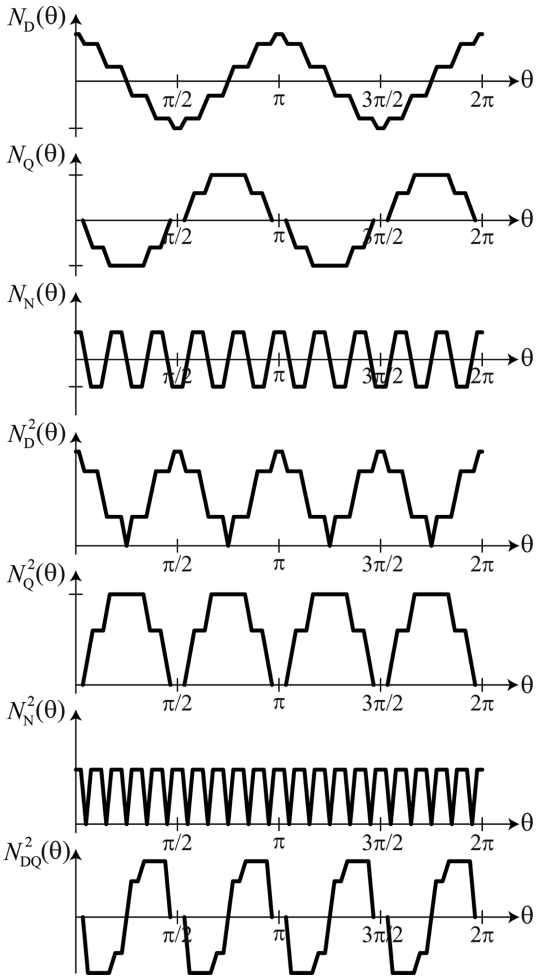


Fig. 15. Transformed winding function in D-Q plan.

Table II. Calculated parameters of a five-phase PMSM by winding function.

Item	Unit	Value
L_{dd}	mH	0.019
L_{qq}	mH	0.019
λ_{pm}	Wb	0.640

음과 같다.

$$T(\phi)L_f i_f = L_{sf} i_f \begin{bmatrix} \cos(\phi-\theta) \\ -\sin(\phi-\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{32}$$

D축 Q축 인덕턴스를 구하기 위해서 D-Q좌표축을 동기속도로 두면 사이각 ϕ는 영이 되어 식(30)과 (31)의 D-Q winding function을 각각 구할 수 있으며 그 결과를 Fig. 15에서 보여준다.

D-Q winding function의 계산을 통해 5상 영구자석 동기전동기의 FOC(Field Oriented Control)와 DTC(Direct Torque Control) 제어 과정에 필요한 제어 변수들을 Table II와 같이 쉽게 구할 수 있다. D-Q축의 인덕턴스를 winding function을 이용하여 계산할 경우 교류 전동기를 분석할 때 필요한 많은 시간을 줄일 수 있는 장점이 있다.

V. 결 론

본 논문은 최근 관심이 고조되고 있는 고 신뢰성을 요구하는 시스템에 적용 가능한 다상 전동기에 관한 연구이다. 기존에 사용되고 있는 3상 전동기를 대체할 차세대 전동기로 각광 받고 있는 5상 영구자석 동기 전동기를 이용하여 다상 전동기의 인덕턴스 계산 방법을 소개하였다. Winding function을 이용하여 영구자석 유무에 따른 쇄교 자속 변화를 분석 하였으며 유한요소해석과의 비교를 실시하여 3 %의 편차로 높은 수렴 성을 보이는 것을 확인하였다. 또한, winding function으로부터 FOC(Field Oriented Control)와 DTC(Direct Torque Control) 제어에 필요한 d-q축 인덕턴스 계산 방법을 소개하였다. 본 논문에서 제안된 방법은 전동기 설계 치수변경 시 유한요소해석보다 더 짧은 계산시간으로 인덕턴스 계산이 가능하며 제어를 위해 필요한 전압 장정식의 파라미터들을 쉽게 구할 수 있는 것을 확인하였다.

감사의 글

『본 연구는 2014학년도 부산대학교 교내학술연구비(신임교수연구정착금)에 의한 연구임』.

References

[1] E. A. Klingshirn, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems **102**, 1 (1983).
[2] M. A. Abbas, R. Christen, and T. M. Jahns, IEEE Trans. Industry Applications **20**, 5 (1984).
[3] E. A. Klingshirn, IEEE Trans. Industry Applications **21**, 3 (1985).
[4] K. N. Pavithran, R. Parimelalagan, and M. R. Krishnamurthy, IEEE Trans. Power Electronics **3**, 2 (1988).
[5] P. J. McCleer, J. M. Bailey, J. S. Lawler, and B. Banerjee, in Proc. Eur. Conf. Power Electronics and Applications (1991).
[6] T. A. Lipo, in Conf. Rec. Int. Electrical Machines (1980).
[7] H. A. Toliyat, T. A. Lipo, and J. C. White, IEEE Trans. Energy Conv. **6**, 4 (1991).
[8] Tessarolo, Alberto, IEEE Trans. Energy Conv. **27**, 4 (2012).
[9] I. Tabatabaei, J. Faiz, H. Lesani, and M. T. Nabavi-Razavi, IEEE Trans. Magn. **40**, 3 (2004).