ISSN (Print) 1598-5385
ISSN (Online) 2233-6648
≪연구논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society 31(5), 242-248 (2021) https://doi.org/10.4283/JKMS.2021.31.5.242

Calculation of the Electromagnetic Expansion Force on the Multi-Layer Solenoid Coil Using Energy Conversion Formula

Hui Min Kim*, Yong Kyu Lee, and Meung Geun Song
Research Institute, Hanwha Defense, Changwon 51561, Korea

(Received 8 October 2021, Received in final form 26 October 2021, Accepted 27 October 2021)

The multi-layer solenoid coil is one of the most important design component for efficient electro-mechanical energy conversion in electrical machines such as generators, motors and transformers. When the voltage and current are applied across the coil, a uniform magnetic field is generated inside the coil and that is proportional to the number of coil windings, and the high-density magnetic field generated by the coil can be converted to mechanical energy by applying the strong electromagnetic force to a ferromagnetic material. At this time, the interaction between the current and magnetic field of the solenoid coil generates a strong electromagnetic expansive force between each coil wire. In this paper, we proposed both the method and formula to calculate the electromagnetic expansion force acting on the multi-winding layer solenoid coil by using the energy transfer equation. When the current flows a solenoid coil, the expansion force is generated in the radial direction of the coil. The mathematical calculation results were verified by simulated ones.

Keywords : solenoid coil, electromagnetic force, magnetic expansive force, magnetic field, coilgun, energy conversion

에너지 변환식을 이용한 Multi-Layer Solenoid 코일의 전자기적 팽창력 계산

김희민* · 이용규 · 송명근
한화디펜스 종합연구소, 경남 창원시 성산구 공단로 69, 51561

(2021년 10월 8일 받음, 2021년 10월 26일 최종수정본 받음, 2021년 10월 27일 게재확정)

권선형 솔레노이드 코일은 발전기, 전동기, 변압기 등과 같은 기기에서 효율적인 전자기에너지 변환을 위해 가장 일반적으로 사용되는 설계 구성 요소이다. 솔레노이드 코일 권선에 전류를 인가하면 코일 권선수에 비례하는 자기장이 코일 내부에서 균일하게 발생하고, 발생한 고밀도의 자기장은 강자성 재료와 반응하여 강한 전자기력을 발생시켜 기계적인 운동에너지로의 변환이 이뤄진다. 이때, 솔레노이드 코일 자체의 인접한 권선 간에는 인가된 내부 전류와 자기장의 상호 작용에 따라 각각의 코일 권선 사이에도 강력한 전자기력이 발생하게 된다. 본 논문에서는 다중 권선층 구조의 솔레노이드 코일에서 인가 전류에 따라 코일의 반경 방향으로 발생하는 전자기적 팽창력에 대한 수식을 전기-기계에너지 변환식을 이용하여 간략하게 산출하는 방법을 제안하였고, 유한요소법을 이용한 수치해석 결과와 기존 로렌츠의 힘 방정식으로부터 개별적으로 산출하는 수학적 모델식 결과와 비교를 통하여 제안한 수식 결과의 타당성을 검증하였다.

주제어 : 솔레노이드 코일, 전자기력, 자기 팽창력, 자기장, 코일건, 에너지변환

I. 서 론

일반적으로 다중 권선형 솔레노이드는 구리 및 알루미늄 도선을 원통형으로 말아서 만든 코일 구조물을 지칭한다. 원통형으로 권선된 솔레노이드 코일에 전류를 인가하면 코일 내부에는 균일한 자기장이 발생하고, 내부 자기장의 크기는 인가한 코일 전류의 크기와 코일의 단위 길이당 권선 수에 비례하여 커진다. 그리고, 솔레노이드 코일 내부에 강자성체를 넣으면 자성재료의 높은 투자율과 반응하여 내부 자기장의 크기가 더욱 강해지는 효과가 발생한다. 이에, 솔레노이드 코일은 전기에너지를 자기에너지로 변환하여 저장한 후 다시 전기에너지 및 기계적인 운동에너지로 변환하는 가장 보편화된 에너지변환 장치라고 할 수 있다[1-3].

솔레노이드 코일은 구조 및 제작 공정이 간단하여 주로 국내·외 가전 및 산업용 전자 부품으로 사용되고 전기기기 산

© The Korean Magnetics Society. All rights reserved.
*Corresponding author: Tel: +82-055-711-7656,
e-mail: huimin.kim@hanwha.com

업부문의 다양한 응용 분야에서 폭넓게 사용된다. 특히, 솔레노이드 코일은 전기기기 산업을 대표하는 전동기, 발전기, 변압기와 같은 응용 분야에서 고효율·고출력 전기에너지변환 시스템 구현을 위해 필수 불가결한 설계구성 요소 중 하나이다.

통상적으로 솔레노이드 코일에 전류를 인가할 경우 발생하는 자기장의 크기와 방향은 쉽게 예측 가능하다. 원통형 구조를 가지는 다중 권선형 솔레노이드 코일의 경우 코일 내부 자기장의 크기와 방향은 각각의 단일 층을 이루는 원형 도선들에 의해 발생하는 자기장들의 벡터합으로 나타낼 수 있고, 자기장의 방향은 앙페르의 오른나사 법칙에 따라 코일 축방향으로 형성되며 그 크기는 아주 균일하다. 반면에, 솔레노이드 코일 외부 자기장의 크기는 내부 자기장의 크기에 비해 상대적으로 매우 작고 솔레노이드 길이가 무한이 길어질수록 0에 수렴하는 특징이 있다. 따라서, 원통형 솔레노이드 권선 코일의 가장 큰 특징은 아주 균일한 크기의 축방향 내부 자기장을 형성하는 것이다. 코일 내부 자기장이 균일하기 때문에 공간상에 저장되고 변환되는 자기에너지의 밀도분포 또한 균일하다[1-6].

원통형 솔레노이드 코일에서는 코일 내부에 형성된 자기장과 코일에 흐르는 전류에 의해서 로렌츠 힘이 동시에 작용한다. 특히 권선 수가 많고 다층 구조로 설계된 원통형 솔레노이드 코일의 경우, 균일한 자기장 내에서 전류가 흐를 때 각각의 개별 도선들은 전자기적인 힘을 받고 도선들간 전자기적인 힘의 상호 작용으로 인해 코일 내부에는 물리적인 팽창력이 발생하게 된다[2-10]. 이러한 물리적인 팽창력은 코일 권선의 구조적인 안정성을 저해하여 권선의 단선, 단락 및 절연파괴 등을 야기하고 코일 지지구조물의 파손 및 고장을 유발하는 원인이 될 수 있다. 이때 코일에 흐르는 전류가 커질수록 그 영향은 비례하여 증가한다.

다층 권선형 솔레노이드 코일에 작용하는 물리적인 팽창력은 크게 원통형 구조에서 축방향으로 작용하는 힘과 원주방향으로 작용하는 힘으로 구분할 수 있다. 일반적으로, 단층으로 구성된 원형 솔레노이드 코일의 도선 간에 축방향으로 작용하는 팽창력 분석에 관한 수식은 기존 연구에서 상당 부분 다루어져 왔고 산출식이 비교적 간단하다[3-5].

하지만 다층 권선형 코일 구조에서 내부 전류가 흐를 시 코일의 반경 방향으로 발생하는 물리적 팽창력은 다층 구조를 이루는 개별 코일간의 전자기적인 상호영향성을 복합적으로 고려해야 하므로 수학적 방정식의 산출 과정이 복잡하며 수식화 방법에 대한 연구가 미비한 실정이다. 만약, 다층 권선형 솔레노이드 코일에 큰 전류가 인가될 경우 코일 원주방향으로 작용하는 전자기적 팽창력이 코일 장치의 구조적인 안정성에 더 큰 영향을 미치게 된다. 따라서, 코일 원주 방향으로 작용하는 물리적인 팽창력 해석은 코일의 형상 구조 및 이를 응용하는 전기기기 구조물의 기본설계 단계에서 반드시 분석해야 할 주요 요소이다[10].

본 논문에서는 솔레노이드 코일에서 원주방향으로 발생하는 전자기적 팽창력을 전자기-기계적인 에너지 변환식을 이용하여 간단하게 산출하는 방법과 팽창력에 대한 수학적 모델식을 제안하였다. 제안한 산출식의 타당성을 검증하기 위하여 유한요소법을 이용한 수치해석 결과와 로렌츠의 힘 방정식으로부터 개별적으로 산출하는 수학적 모델식 결과를 비교하여 분석하였다.

II. 다층 권선형 솔레노이드 코일 해석 모델

Fig. 1은 다층 권선형 솔레노이드 코일의 형상 개념도를 나타낸다. 솔레노이드 코일은 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 코일의 레이어 층 수, 층당 권선 수, 코일 총 권선 수, 코일의 전체 축방향 길이, 코일의 두께, 코일의 평균 반지름 및 내·외각 반지름과 같은 치수로 형상 구조를 표현할 수 있다.

Fig. 2(a)는 솔레노이드 코일에 작용하는 전자기적인 팽창력 계산을 위해 설계한 다층 권선형 솔레노이드 코일의 3차원 형상구조 모델을 나타낸다. 또한 Table I은 상세 설계한 솔레노이드 코일의 형상 치수 및 전기적인 저항 및 인덕턴스 계산 결과를 나타내며, 직경 2.6 mm인 구리 도선을 층당 17 turn으로 권선하여 총 5층 구조의 85 turn 권선수를 가진 다층 솔레노이드 코일로 해석 모델을 설계하였다.

설계 모델 코일의 형상 치수는 고전압 펄스전원 장치를 이용한 전자기식 코일건 발사대 구조물에 실제 적용된 고정자 코일의 상세설계 치수를 기준으로 산정되었다[8-10]. 전자기식 코일건은 솔레노이드 코일의 전자기적인 반발력을 이용하여 전도성 및 강자성 물체를 발사하는 발사대 시스템을 뜻하며, 현재 국내 유도탄 발사대 및 무기체계분에서 다양한 응

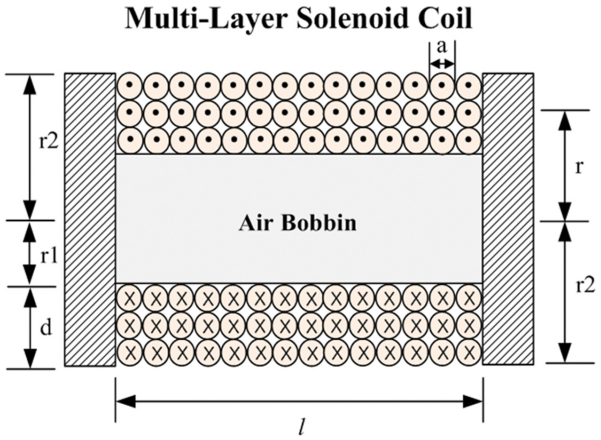

Fig. 1. (Color online) The shape parameter of multi-layer solenoid coil.

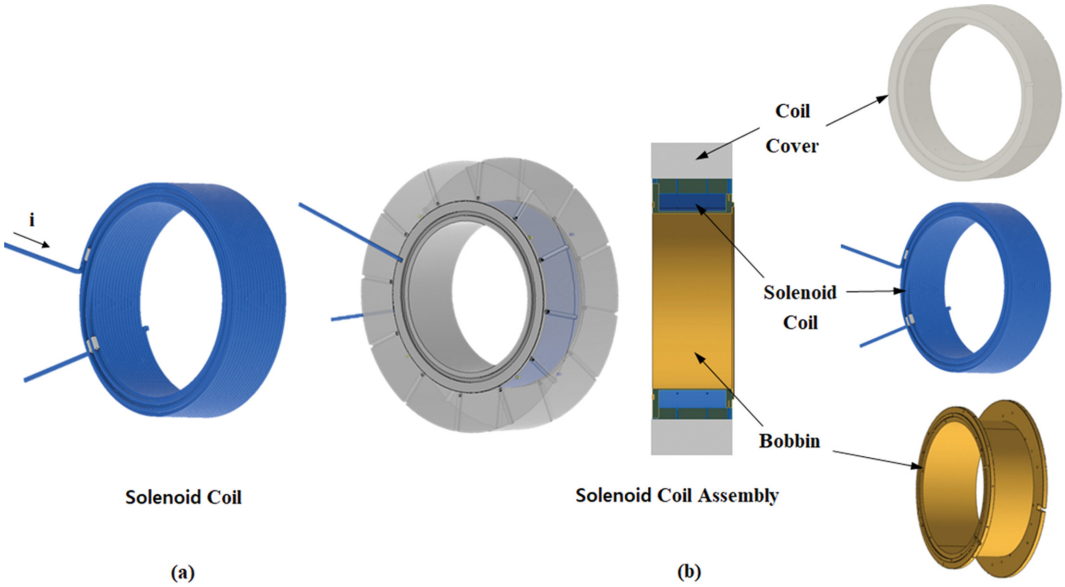

Fig. 2. (Color online) Models for the multi-layer solenoid coil and assembly. (a) the multi-layer solenoid coil. (b) Coil assembly with cover and bobbin.

Table I. Design Specification of the multi-layer coil.

	Value
Coil length (l) [mm]	110
Coil thickness (d) [mm]	29.5
Inner coil radius (r_1) [mm]	144.35
Outer coil radius (r_2) [mm]	173.85
Median coil radius (r) [mm]	159.1
Wire width (a) [mm]	2.60
Cross-sectional area of the coil cover [m^2]	0.132
The number of layers [Layer]	5
The number of turns per layer [Turn/Layer]	17
Total number of turns [Turn]	85
Coil Resistance [Ω]	0.0593
Coil Inductance [mH]	2.38

용 연구가 수행되고 있다[7-10]. 솔레노이드 코일에 전류가 흐를 시 각 권선된 도선 간에는 축방향 및 반경 반향으로 힘이 작용하기 때문에 코일을 고정하기 위한 별도의 지지구조물이 필요하다. Fig. 2(b)는 코일건의 고정자 솔레노이드 코일 구조물의 지지를 위한 몸체 보빈과 덮개 구조물이 포함된 형상을 나타낸 그림이다. 즉, 고정자 코일에서 반발력을 견디는 견고한 구조물을 설계 및 제작하기 위해서는 코일간에 작용하는 팽창력을 계산하는 과정이 설계 과정에서 반드시 필요하다.

일반적으로 솔레노이드 코일은 저항과 인덕턴스, 커패시터 성분이 직·병렬로 연결된 간략화 등가회로로 나타낼 수 있다. 솔레노이드 코일 등가회로의 회로 정수는 저항 및 인덕턴스 성분으로 구성할 수 있고 권선 된 도선 간에는 커패시터 성분도 일부 포함된다. 다만, 본 논문에서는 솔레노이드 코일이 완전한 유도성 부하이며 60 Hz 이하의 저주파 정전압 전원 소스를 입력으로 가정하였기 때문에 커패시터에 의한 코일 임피던스 영향은 무시하여 계산하였다. 본 논문에서는 솔레노이드 코일의 인가 전류에 따른 코일 반경 방향으로 작용하는 전자기력을 분석하기 위해 교류 정전압 전원을 입력소스로 가정하였고, 다층 권선형 솔레노이드 코일의 저항과 인덕턴스를 계산하여 코일에 인가되는 전류를 산출하였다.

코일에 흐르는 전류를 계산하기 위하여, 다층 권선형 솔레노이드 코일의 인덕턴스는 아래 식(1)과 같이 코일의 형상 치수로 정의할 수 있다[6,10].

$$L_c = \frac{0.8(r^2N^2)}{6r + 9l + 10d} \tag{1}$$

여기서 L_c, r, l, d는 각각 솔레노이드 코일의 인덕턴스, 코일의 반경방향 평균 길이, 코일의 축방향 길이, 권선 코일의 두께를 나타낸다. 식(1)으로부터, 다층 권선형 솔레노이드 코일의 임피던스는 권선 수의 제곱에 비례하고 코일의 길이와 두께 치수에 반비례하는 관계를 가진다. 또한, 솔레노이드 코일 전체의 길이와 도선의 단면적, 구리 도선의 비저항 값을 고려한 저항을 R_c라고 하면 코일 전체의 임피던스와 인가되는 전류의 크기는 식(2), (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z_c = R_c + jwL_c = |Z_c|\angle\tan^{-1}\frac{wL_c}{R_c} \tag{2}$$

$$I_c = \frac{V_{ac}}{|Z_c|} = \frac{V_{ac}}{\sqrt{R_c^2 + (wL_c)^2}} = \frac{V_{ac}}{\sqrt{R_c^2 + (2\pi fL_c)^2}} \tag{3}$$

식(2), (3)에서 V_{ac}, w, f, I_c는 각각 코일에 인가한 입력전압, 각속도, 주파수, 전류를 RMS 값으로 나타낸 값이다.

III. 솔레노이드 코일에 작용하는 전자기적 팽창력 계산

1. 전기-기계 에너지 변환식을 이용한 거시적 계산 방법

다층 권선형 솔레노이드 코일은 수십 턴의 전도성 도선으로 권선되어 있고 코일 도선에 흐르는 전류와 이에 따른 자기장과의 관계식을 이용하여 각 도선에 개별적으로 작용하는 전자기력을 산출하기에는 수학적 적분식이 다소 복잡하다. 따라서, 해석 시간을 단축하고 보다 효율적이며 직관적인 해석을 위한 수학적 접근방법이 필요하다. 본 논문에서는 전자기·기계적 에너지변환 방적식을 이용하여 고정자 코일에 작용하는 팽창력을 분석하였다.

Fig. 3은 솔레노이드 코일에 전류 인가 시 코일 내부의 자기장 방향과 로렌츠 힘의 방향, 전자기·기계적 에너지 변환 흐름도를 개략적으로 나타낸 그림이다. 솔레노이드 코일에 짧은 순간 펄스 전류형태 또는 AC 전류를 인가하는 조건을 고려해서 전기적·열적 손실을 무시한다고 가정하면 아래와 같은 에너지 관계식을 모사할 수 있다.

$$W_{electrical} = W_s + W_m \tag{4}$$

여기서 $W_{electrical}$은 전원공급기로부터 인가된 전기에너지를 뜻하고, W_s는 코일에 저장되는 자계에너지, W_m은 코일에 작용하는 기계적 운동에너지를 의미한다. 여기서 양변의 에너지식을 시간에 대한 변화량으로 나누어주면,

$$\frac{W_{electrical}}{dt} = \frac{dW_s}{dt} + \frac{dW_m}{dt} \tag{5}$$

$$v \cdot i = \frac{dW_s}{dt} + f_r \frac{dr}{dt} \tag{6}$$

으로 표현할 수 있다. 여기서 v, i, f_r, r은 각각 코일 인가 전압, 코일에 흐르는 전류, 코일 반경방향으로 작용하는 팽창력, 코일 반경 거리를 의미한다.

솔레노이드 코일에 전류를 인가하면 전류에 비례하는 자기장이 발생하고, 자기장의 제곱에 비례하는 자계에너지가 코일에 저장된다. 자계에너지는 솔레노이드 코일의 치수와 형상에 따라 달라지므로 W_s를 전류와 코일의 형상 함수로 표현할 수 있는 동시에 자기장과 코일 반지름 치수의 크기에 대한 함수로 나타낼 수 있다.

$$W_s = W_s(i, r) = W_s(\lambda, r) \tag{7}$$

λ는 솔레노이드 코일에 쇄교하는 자속을 의미하고, r은 코일의 반지름 크기를 나타낸다.

이때, 솔레노이드 코일에 저장된 에너지는 코일의 인덕턴스와 코일에 흐르는 전류의 곱으로 재정의 할 수 있고, 전류와 인덕턴스의 관계식을 이용하여 쇄교 자속의 함수로 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$W_s(i, r) = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L} = W_s(\lambda, r) \tag{8}$$

여기서 L은 솔레노이드 코일의 인덕턴스를 나타내고, 이 값은 단위 전류당 발생하는 자기장의 비율로 표현된다. 또한, 인덕턴스를 유한한 길이의 단층 솔레노이드 코일에 대한 자계의 세기로 간략하게 나타내면,

$$L(r) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \tag{9}$$

로 코일의 형상 함수로 표현할 수 있다. 이때, μ_0, N, Φ, l는 각각 공기 중의 투자율, 코일 권선수, 자속, 솔레노이드 코일의 축방향 길이를 나타낸다.

다시 솔레노이드 코일에 저장된 에너지 W_s를 시간에 따른 변화량으로 나눈값을 연쇄법칙으로 수식화하면,

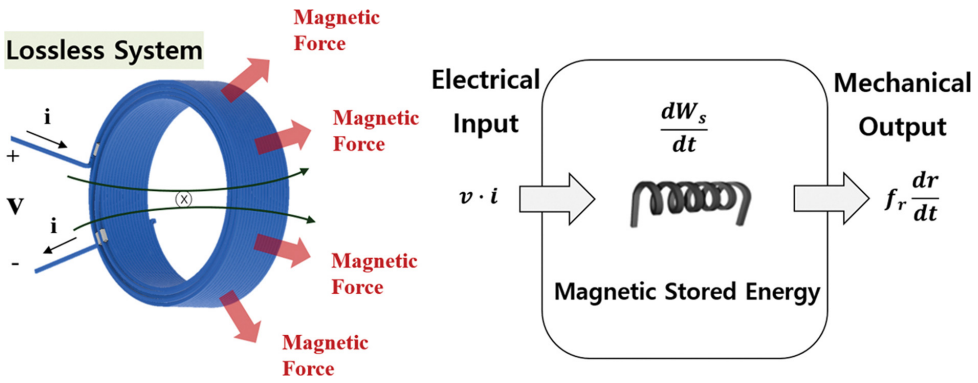

Fig. 3. (Color online) Energy transfer flow in solenoid coil.

$$\frac{dW_s(\lambda, r)}{dt} = \frac{\partial W_s}{\partial \lambda}\cdot\frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial W_s}{\partial r}\cdot\frac{dr}{dt} \tag{10}$$

와 같다. 또한 식(6)의 양변 식을 이항하여 표현하면 식(11)과 같이 표현할 수 있고,

$$\frac{dW_s}{dt} = v\cdot i - f_r\frac{dr}{dt} \tag{11}$$

식(10)과 식(11)의 우측항에 대한 관계식을 고려하면 솔레노이드 코일에 작용하는 물리적인 팽창력을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$f_r = -\frac{\partial W_s}{\partial r} \tag{12}$$

$$f_r = -\frac{\partial W_s}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L}\right) = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L^2}\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{1}{2}i^2\frac{\partial L}{\partial r} \tag{13}$$

식(9)를 식(13)에 대입하여 정리하면, 단층 권선형 솔레노이드 코일에 작용하는 자기적인 팽창력은 식(14)와 같이 간략하게 계산할 수 있다.

$$f_r = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{l}\cdot\pi r \tag{14}$$

다층 권선형 솔레노이드의 경우 인덕턴스를 코일의 형상함수로 나타낼 수 있고 코일 권선수에 따라 원형 코일의 내경과 외경 치수가 결정됨과 동시에 회로 정수값이 산출된다[6]. 따라서, 식(14)의 반지름 r을 Multi-layer 솔레노이드 코일의 경우 Fig. 1에서 나타낸 평균 반지름을 이용해 최종적으로 산출할 수 있다.

$$f_r = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{l}\cdot\pi r = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{l}\cdot\pi\frac{1}{2}(r_1 + r_2) \tag{15}$$

2. 코일 도선이 받는 로렌츠 힘을 이용한 미시적 계산 방법

본 절에서는 다층 권선된 코일에서 전류가 흐를 시 각 코일 도선에 개별적으로 작용하는 로렌츠 힘을 이용하여 팽창력을 계산하는 방법을 제시하였다. 단일 솔레노이드 코일의 경우 전류가 흐를 때 코일 반경방향으로 작용하는 자기력의 크기는 로렌츠의 힘 방정식으로부터 식(16)과 같이 정의 된다.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) \tag{16}$$

$\vec{F}$, q, $\vec{E}$, $\vec{v}$, $\vec{B}$는 각각 힘, 전하량, 전계의 세기, 전하의 속도, 자속밀도를 나타낸다. 이 방정식에서 전계의 세기에 의한 힘을 무시한다고 가정하면, 식(17)과 같이 전류밀도 $\vec{J}$로 표현된 수식으로 간략화할 수 있다.

$$\vec{F} = \vec{J}\times\vec{B} \tag{17}$$

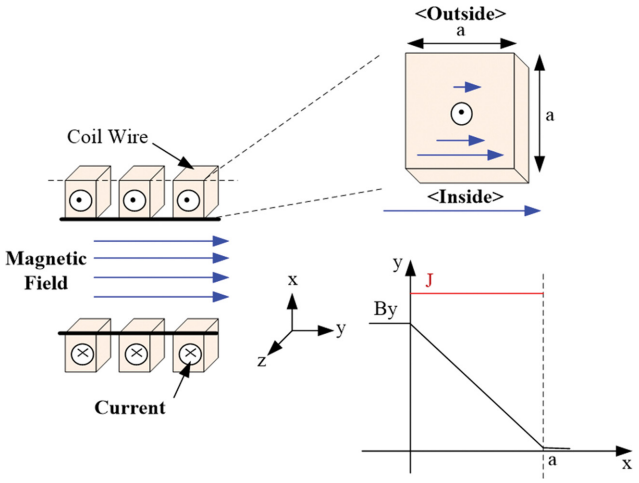

Fig. 4. (Color online) Variations of the magnetic field and current density around the coil.

하지만, 솔레노이드 코일이 여러 가닥으로 권선되어 있는 경우 각각의 개별 코일에서 작용하는 로렌츠 힘의 크기는 복합적으로 작용한다. 또한 전원 공급기가 정 전압원일 경우 코일의 권선수에 따라 코일 인덕턴스가 달라져 코일에 흐르는 전류가 변하여 솔레노이드 코일 내부의 자기장 세기 또한 달라지므로 코일에 작용하는 힘 또한 달라진다.

일반적으로 축방향 길이가 충분히 긴 솔레노이드 코일 내부에서는 자기장 세기가 균일하다고 가정할 수 있으며, 코일 외부에서의 자기장 세기는 0에 근접한다. 이 경우 코일 동선 각각의 내부에서는 Fig. 4와 같이 자속 밀도의 세기가 선형적으로 감소할 것으로 예상할 수 있다. 또한, 전류가 흐르는 도선의 표피효과와 근접효과를 무시할 경우, 동선 내부에서의 전류 밀도 $\vec{J}$는 일정하고 식(18)과 같이 정의할 수 있다.

$$\vec{J}(x, y) = \vec{J}(x) = J = \frac{I}{a^2} \tag{18}$$

여기서 a는 동선 내부의 폭 길이를 나타낸다.

솔레노이드 코일 안쪽에서의 자속 밀도 크기를 B_y라고 한다면, 코일 동선 면적 내부에서의 자속밀도의 크기는 식(19)와 같다.

$$B_y = \mu_0 H_y = 4\pi\times 10^{-7}\frac{NI}{l} \tag{19}$$

$$\vec{B_y}(x) = -\frac{1}{a}B_y x + B_y = -\frac{\mu_0 NI}{al}x + \frac{\mu_0 NI}{l} \tag{20}$$

l, μ_0, I는 각각 솔레노이드 코일의 축방향 길이, 공기 투자율, 전류의 크기를 나타내며 각 동선 면적 내부에서는 식(20)과 같은 자기장 벡터가 형성된다. 즉, 솔레노이드로 구성된 코일 도선의 한 가닥에 작용하는 자기적인 팽창력은 동선 내부에

인가되는 자속 밀도 크기 분포와 균일하게 흐르는 전류 밀도의 벡터곱으로 산출할 수 있다.

코일 동선 한 가닥의 미소 단면적에 작용하는 자기적인 팽창력 $\overrightarrow{F_{r1}}(x, y)$은 식(17), (18)을 이용하여 식(21), 식(22)로 정의할 수 있다.

$$\overrightarrow{F_{r1}}(x, y) = \vec{J}(x, y) \times \vec{B}(x, y) = \int_0^a \left[\frac{I}{a^2} \times \int_0^a -\frac{\mu_0 NI}{al} x + \frac{\mu_0 NI}{l} dx \right] dy \quad (21)$$

$$|F_{r1}| = \frac{I}{a^2}\left[-\frac{1}{2}\frac{\mu_0 NI}{al} x^2 + \frac{\mu_0 NI}{l} x \right]_0^a [y]_0^a = \frac{\mu_0 NI^2}{2l} \quad (22)$$

$\overrightarrow{F_{r1}}(x, y)$ 의 크기는 코일 도선 내부 미소 단면적에 작용하는 자기적인 팽창력을 나타내고, 이 때 솔레노이드를 구성하는 원형코일 1개에 작용하는 팽창력의 크기는 코일을 이루는 원주 방향으로의 둘레 길이를 곱한 값과 일치할 것으로 가정할 수 있다. 따라서, 솔레노이드 원형 코일 1개에 작용하는 자기 팽창력 $\overrightarrow{F_{r1\phi}}(x, y)$은 코일의 미소 둘레길이($l'$)에 대한 선적분의 형태인 식(23)으로 정의할 수 있다.

$$|F_{r1\phi}| = \int \frac{\mu_0 NI^2}{2l} dl' = \frac{\mu_0 NI^2}{2l}(2\pi r) = \frac{\mu_0 \pi r NI^2}{l} \quad (23)$$

여기서 r은 솔레노이드 코일의 반경 길이를 나타낸다.

만약 솔레노이드 코일이 N개의 개별 코일로 권선되어 있다고 가정하면, 다층 권선된 솔레노이드 코일에 작용하는 전제적인 자기 팽창력은 식(24)와 같이 산출 된다.

$$|F_{rN\phi}| = N|F_{r1\phi}| = \frac{\mu_0 \pi r N^2 I^2}{l} \quad (24)$$

일반적으로 솔레노이드 코일은 권선수가 높아지면 여러 개의 층(layer)로 구성된다. 솔레노이드의 코일이 n개의 층으로 설계되어 총 N턴 권선 된 구조라고 가정하면, 다층 권선형 솔레노이드 코일 전체에 작용하는 전자기적 팽창력은 최종적으로 식(25)와 같이 정의할 수 있다[10].

$$|F_{r,\,Solenoid}| = \frac{\mu_0 \pi N^2 I^2}{l} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2}\{(r_k + r_{k+1})\} \quad (22)$$

3. 수치해석 결과 비교

다층 권선형 솔레노이드 코일에 큰 전류가 인가될 경우 코일에는 입력 전류의 크기와 코일 형상 치수에 비례하는 전자기력이 코일 도선 간에 작용한다. 특히 코일의 반경 방향으로 작용하는 자기 팽창력은 코일조립체의 구조적인 안정성을 저해하는 주요 요인이기 때문에 솔레노이드 코일조립체 덮개 및 지지구조물에 대한 구조설계 단계에서 코일에 작용하는 전자기적 팽창력의 분석은 반드시 필요하다.

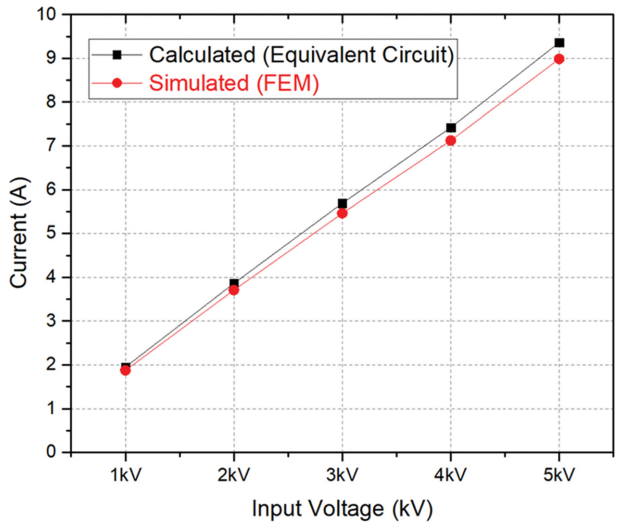

Fig. 5. (Color online) The magnitude of current on the coil with respect to the input voltage.

본 논문에서는 Table I에 제시한 사양의 솔레노이드 코일 양단에 각각 1 kV부터 5 kV까지의 정전압이 인가될 경우 코일에 흐르는 전류와 이에 따른 전자기력의 크기를 수학적인 모델식 2개를 이용한 결과와 전자기 유한요소해석 시뮬레이션을 이용한 결과를 비교 분석하였다. 이는, 실제 유도탄 사출 발사용으로 제작한 전자기식 코일건 발사대에서의 고정자 코일 단일조립체 형상과 코일에 인가되는 입력 전원 사양을 반영하여 모사한 것이다[8,9]. 수치해석 시뮬레이션은 상용 전자기해석 프로그램인인 MagNET을 이용하여 솔레노이드 코일을 2차원 축대칭으로 모델링 한 후 코일의 설계 인자 및 재질특성, 공기 영역에서의 경계조건을 설정하여 해석을 수행하였다[10].

Fig. 5는 다층 권선형 솔레노이드 코일에서 인가 전압에 따라 발생하는 코일 전류의 크기 변화를 나타내며, 코일에 흐르는 전류의 크기는 저항 및 인덕턴스 성분이 포함된 등가회로 수식을 이용하여 계산한 결과와 수치해석 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. Table I에서 제시한 고정자 코일의 입력 전압은 실제 전원장치의 동작 조건을 모사하여 1 kV부터 5 kV 크기의 전압이 60 Hz로 인가되도록 설정하였다. 해석 결과, 코일의 저항이 작아 코일에 흐르는 전류는 5 kV 전압 인가 시 최대 9 kA까지 흐르고 것을 확인하였고, 수학적 모델식으로부터 계산한 결과와 시뮬레이션 결과는 거의 유사한 값이 계산되었다.

다층 권선된 솔레노이드 코일에 작용하는 팽창력의 크기가 코일 전류의 크기 및 코일 권선 수의 제곱에 비례하고, 코일 내부 평균 반지름의 길이에 비례하는 동시에 코일 내부 물질의 투자율에 비례하며 솔레노이드의 축방향 길이에 반비례하

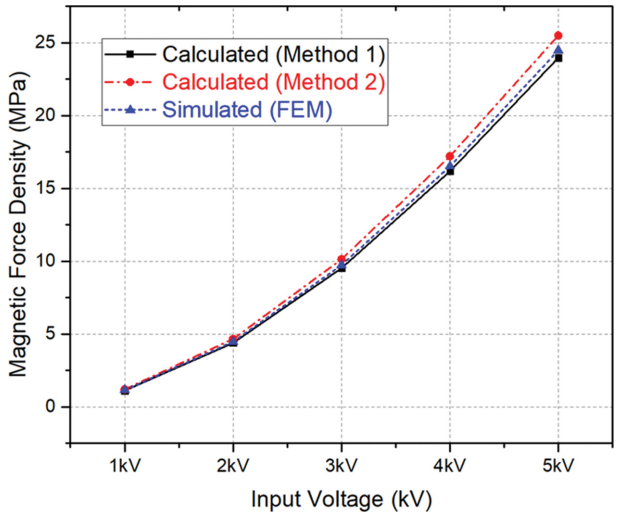

Fig. 6. (Color online) The magnitude of expansion force on the coil with respect to the input voltage.

는 결과를 도출하였다. 즉, 솔레노이드 코일에 작용하는 자기적인 팽창력은 코일 형상 인자와 코일에 흐르는 전류의 크기에 따라 지배적으로 결정되는 방정식임을 알 수 있었다.

Fig. 6은 3.1절과 3.2절에서 제안하였던 전자기적 팽창력 계산식 2개를 이용하여 다층 권선형 솔레노이드 코일에 작용하는 팽창력 계산 결과와 유한요소해석 시뮬레이션 후처리 결과 데이터를 비교한 것이다. 본 논문에서는 솔레노이드 코일을 지지하는 고정 구조물 덮개는 코일 최외각 권선 층 부분과 면 접촉된 상태라고 가정하였고, 전자기적인 팽창력의 크기를 코일 구조물 덮개에 작용하는 단위 면적 당 힘의 크기로 환산하여 전자기적인 팽창력의 크기를 분석하였다.

본 논문에서는 다층 솔레노이드 코일에 작용하는 전자기적 팽창력에 대하여 에너지 변환식을 이용한 거시적 계산 방법과 코일 도선이 직접적으로 받는 로렌츠 힘을 이용한 미시적 계산 방법으로 산출한 결과값이 유한요소법을 이용한 수치해석 시뮬레이션 결과값과 비교하여 5% 이내 오차범위로 산출되는 것을 검증하였다. 솔레노이드 코일의 경우 코일 권선 수와 코일의 길이와 같은 형상치수에 따라 코일 저항 및 인덕턴스의 계산식이 간단하게 정의된다. 또한 산출된 코일의 저항 및 인덕턴스에 의하여 전체 임피던스 값이 결정되며, 입력전원의 전압 크기와 임피던스 값에 의하여 코일에 흐르는 전류값이 산출된다. 이때, 코일 내부에서 발생하는 자기장의 크기는 코일 내부에 흐르는 전류의 값과 코일 권선수에 의해 결정되고, 코일에 작용하는 로렌츠 힘은 자기장의 값과 코일에 흐르는 전류값의 벡터곱으로 산출할 수 있다.

결론적으로 수치해석 시뮬레이션 모델링 단계에서 솔레노이드 코일의 형상 치수가 반영되며, 이에 따른 코일의 회로정수, 전류 및 자기장 해석 결과값이 단순한 수식으로 계산한 값과 비교하여 거의 유사하게 계산되었다. 따라서, 코일에 작용하는 팽창력의 크기도 본 논문에서 제안한 수식에 의한 계산값과 수치해석 시뮬레이션을 통한 결과값이 잘 일치하는 경향이 나타났다.

VI. 결　　론

본 논문에서는 다중 권선된 솔레노이드 코일에서 발생하는 전자기적인 팽창력에 대한 수학적 산출 방법을 제안하였다. 이를 위해, 다중 권선형 솔레노이드 코일 양단에 고전압 인가에 따른 코일 전류와 코일 반경 방향으로 작용하는 팽창력 사이의 물리적 상호 관계를 전자기-기계적 에너지변환 방정식을 이용하여 보다 효율적이고 직관적인 분석이 가능한 수학적 모델식으로 제시하였다. 솔레노이드 코일 반경 방향으로 작용하는 팽창력은 권선된 코일의 형상구조 인자와 전류의 크기 변수의 함수로 간략하게 표현할 수 있었고, 이로부터 코일 고정형 구조물에 작용하는 물리적인 반력을 분석하는 방법과 간략화 수식을 구체화하였다. 또한, 본 논문에서 제안한 수학적 모델식은 유한요소법을 이용한 전자기 수치해석 시뮬레이션 해석 결과를 통해 그 유효성을 검증하였다.

References

[1] T. H. Fawzi and P. E. Burke, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems **PAS-97**, 464 (1978).
[2] S. I. Babic and C. Akyel, IEEE Trans. Magn. **44**, 445 (2008).
[3] S. I. Babic and C. Akyel, IEEE Trans. Magn. **49**, 860 (2013).
[4] Y. Cheng and Y. Shu, IEEE Trans. Magn. **50**, 7026806 (2014).
[5] Z. J. Wang and Y. Ren, IEEE Trans. Applied Superconductivity **24**, 4901505 (2014).
[6] J. H. Kim, B. B. Kim, J. H. Kang, and K. W. Kim, IEEE Magn. Letters **8**, 6506705 (2017).
[7] J. A. Andrews and J. R. Devine, IEEE Trans. Magn. **27**, 639 (1991).
[8] M. G. Song, Y. L. Lee, H. M. Kim, D. V. Le, B. S. Go, M. W. Park, and I. K. Yu, IEEE Trans. Plasma Science **47**, 2438 (2019).
[9] B. S. Go, D. V. Le, M. G. Song, M. W. Park, and I. K. Yu, IEEE Trans. Plasma Science **47**, 2452 (2019).
[10] H. M. Kim, Y. K. Lee, and M. G. Song, J. Korean Magn. Soc. **30**, 212 (2020).