ISSN (Print) 1598-5385
ISSN (Online) 2233-6648
≪해설논문≫ Journal of the Korean Magnetics Society 31(6), 271-276 (2021) https://doi.org/10.4283/JKMS.2021.31.6.271

Applications and Limitations of Chiral Derivatives

Kyoung-Whan Kim*
Center for Spintronics, Korea Institute of Science and Technology, Seoul 02792, Korea

(Received 30 September 2021, Received in final form 3 December 2021, Accepted 3 December 2021)

Chiral derivative is a useful tool to understand spin-orbit coupling effects in magnetic systems. In this review, we overview the derivation of the chiral derivative and discuss its applications for various situations such as Dzyaloshinskii-Moriya interaction, magnetic textures, and current-induced magnetization dynamics. Its generalizations for arbitrary linear spin-orbit coupling and magnon-driven magnetization dynamics are also discussed. Lastly, we review the limitations of the chiral derivative and present examples where the chiral derivative does not work properly.

Keywords : spin-orbit coupling, magnetization dynamics, chiral derivative

카이랄 미분의 응용과 한계

김경환*
한국과학기술연구원 스핀융합연구단, 서울시 성북구 화랑로 14길 5, 02792

(2021년 9월 30일 받음, 2021년 12월 3일 최종수정본 받음, 2021년 12월 3일 게재확정)

카이랄 미분은 자성체에서 스핀-궤도 상호작용 효과를 이해하는 데에 있어 유용한 도구이다. 본 총설논문에서는, 카이랄 미분의 유도와 잘로신스키-모리야 상호작용, 자화 구조체, 전류에 의한 자화 동역학 등 다양한 분야에서의 응용을 소개한다. 또한, 임의의 선형 스핀-궤도 상호작용이나 마그논으로의 일반화도 설명한다. 마지막으로, 카이랄 미분의 한계와, 적용 불가능한 상황에 대해서 소개한다.

주제어 : 스핀-궤도 결합, 자화동역학, 카이랄 미분

I. 서 론

스핀-궤도 상호작용(spin-orbit coupling)은 물리학에서 기본적인 상호작용일 뿐 아니라 스핀트로닉스(spintronics)에서도 중요한 역할을 함이 알려져있다. 그리하여 지난 10여년간 자성체와 자화 동역학에서의 스핀-궤도 상호작용의 역할을 연구하는 스핀-궤도트로닉스(spin-orbitronics)[1]가 활발히 연구되어왔다. 자화 동역학을 효과적으로 연구하기 위해서 자성체의 전도전자와 자화를 포함하는 해밀토니안으로부터 전도전자의 자유도를 모두 적분(integrate out)하여 자성체만의 운동방정식을 얻어낼 수 있는데, 이를 란다우-립쉬츠-길버트(Landau-Lifshitz-Gilbert) 방정식이라고 한다. 하지만 스핀-궤도 상호작용 등 복잡한 상호작용이 있는 상황에서 이 과정은 어려운 수학적인 과정을 동반하기도 한다.

카이랄 미분(chiral derivative)[2]는 자성체에서의 스핀-궤도 상호작용 효과를 자기 구조체에 매핑함으로써, 아주 간단한 대수만으로도 다양한 스핀-궤도 상호작용 효과를 기술할 수 있도록 하는 개념이다. 이는 자화 동역학 뿐 아니라, 잘로신스키-모리야 상호작용 등에도 응용되었으며, 임의의 선형 스핀-궤도 상호작용으로의 일반화 역시 가능하다. 또한 최근 마그논으로의 확장 역시 이루어져, 그 잠재력이 더 부각된 바 있다.

본 총설 논문은 카이랄 미분의 응용과 한계를 소개할 목적으로 작성되었다. 2절에서는 카이랄 미분의 유도를 소개하고, 3절에서는 자화 동역학으로의 응용을 다루었다. 4절에서는 카이랄 미분의 일반화를 다루어 보다 다양한 상황에서 적용 가능함을 소개하였고, 5절에서는 카이랄 미분의 한계와 적용 불가능한 상황에 대해서 소개하였다.

*Corresponding author: Tel: +82-2-958-5419,
e-mail: kwk@kist.re.kr

II. 카이랄 미분의 유도와 성질

카이랄 미분은 라시바(Rashba) 스핀-궤도 상호작용[3]이 있는 자성체의 정적 및 동적 거동을 분석하기 위해 제안되었다. 본 절에서는 참고문헌[2]에 소개되어 있는 라시바 스핀-궤도 상호작용에 대한 카이랄 미분의 유도와 핵심적인 성질을 소개하고자 한다.

라시바 모델은 특정 방향으로 거울 반전대칭성이 깨진 물질에서 스핀-궤도 상호작용의 효과를 기술하는 모델이다. 일반성을 잃지 않고 z 방향으로의 거울 반전대칭성이 깨졌다고 하면, 라시바 모델은 아래와 같은 해밀토니안으로 기술된다.

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + \frac{\alpha_R}{\hbar}\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}\times\hat{\mathbf{z}}) + J\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{m}. \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{p}$는 전자의 운동량 연산자이며, $\boldsymbol{\sigma}$는 파울리 행렬, $\mathbf{m}$은 자성체의 자화 방향을 갖는 단위벡터, m_e는 전자의 유효질량, α_R은 라시바 상수, $\hbar$는 디랙 상수, J는 전도전자와 자화의 교환 상호작용 에너지를 나타낸다. 통상적인 라시바 모델은 비자성체를 다루므로 마지막 항을 포함하지 않지만, 본 논문의 고려 대상은 자성체이므로 마지막 항을 포함한다. 또한, 통상적인 라시바 모델은 주로 이차원 전자 가스를 기술하는 데에 쓰이지만, 카이랄 미분은 이차원과 삼차원 양쪽에 모두 적용될 수 있어 굳이 이차원으로 한정하지 않는다. 참고문헌[2]에는 불순물의 기여도 역시 해밀토니안에 포함하였으나, 본 총설 논문에서는 간단한 논의를 위해서 생략하였다.

카이랄 미분을 유도하기 전에 라시바 상호작용의 효과를 정성적으로 살펴보면 물리적인 직관을 얻을 수 있다. 예를 들어서 x 방향으로 이동하는 전자($\mathbf{p}\|\hat{\mathbf{x}}$)가 있을 때, 식(1)의 두 번째 항에 따르면 전자는 $\mathbf{p}\times\hat{\mathbf{z}}\sim-\hat{\mathbf{y}}$ 방향의 유효 자기장을 느끼게 된다. 다시 말해 그림 1의 좌측과 같이, 우측으로 이동하는 전자는 $-\hat{\mathbf{y}}$ 방향을 중심으로 세차운동을 하며 이동하게 된다. 이러한 라시바 효과는 유니터리 변환을 통해서 제거할 수 있는데, 가령 공간의존성이 있는 스핀 회전 변환을 적용하여 Fig. 1의 우측과 같이 전도전자의 스핀을 모두 한 방향으로 정렬해주면, 스핀-궤도 상호작용이 없는 해밀토니안으로 매핑이 가능하다. 이러한 스핀 회전 변환은 교환 상호작용[식(1)의 3번째 항]에도 영향을 미치게 되는데, 내적의 불변성(invariance, 임의의 회전 변환 R에 대해서 $R\boldsymbol{\sigma}\cdot R\mathbf{m} = \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{m}$)에 의해 $\mathbf{m}$도 함께 회전되어야 한다는 사실을 알 수 있다. 위와 같은 과정을 통해 라시바 스핀-궤도 상호작용이 있는 균일 자성체는, 라시바 스핀-궤도 상호작용이 없는 자기 구조체로 매핑할 수 있다.

위 아이디어를 수학적으로 전개하기 위해 스핀 회전 변환 U를 아래와 같이 정의한다.

$$U = \exp[-ik_R\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{r}\times\hat{\mathbf{z}})/2]. \tag{2}$$

여기서 $\mathbf{r}$은 공간 연산자이며, $k_R = 2\alpha_R m_e/\hbar^2$으로 길이의 역수 차원을 갖는다. 이 값은 Fig. 1에서의 스핀 세차 운동의 파수라는 물리적인 의미를 가진다. 이 유니터리 변환을 통해 식(1)은 아래와 같이 변환된다.

$$U^\dagger H U = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + J\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{m}' + \mathcal{O}(\alpha_R^2). \tag{3}$$

여기서 $\mathbf{m}' = R^{-1}\mathbf{m}$과 같이 회전된 자화 방향이고, 구체적인 표현은 아래와 같다.

$$R^{-1} = \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T + \cos\phi(I - \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T) - \sin\phi\begin{pmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

여기서 $\hat{\mathbf{n}}$과 ϕ는 $\hat{\mathbf{n}}\phi = k_R\mathbf{r}\times\hat{\mathbf{z}}$로 정의되며, $\hat{\mathbf{n}}$은 열벡터, $\hat{\mathbf{n}}^T$는 행벡터이다. 위 과정은 Fig. 1의 변환 과정과 동일하다. 다시 말해서 적절한 스핀 회전 변환을 통해 라시바 스핀-궤도 상호작용에 해당하는 항을 제거하고, 대신 자화 방향이 공

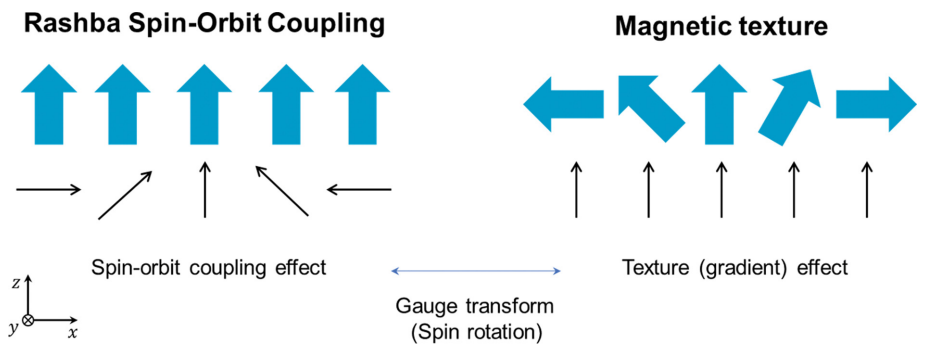

Fig. 1. (Color online) One-to-one correspondence between Rashba spin-orbit coupling effects and magnetic texture effects. Here the blue thick arrows denote directions of local magnetic moments and the black thin arrows represent directions of conduction electron spins.

간 의존성을 갖고 회전하는 것이다. 이제 자화 동역학을 기술하는 란다우-립쉬츠-길버트 방정식에서 자화 방향 $\mathbf{m}$을 $\mathbf{m}'$으로 치환하는 방식을 통해 라시바 스핀-궤도 상호작용 계에서의 자화 동역학을 손쉽게 기술할 수 있다.

다음 절에서 볼 수 있듯이, 위와 같은 과정을 통해서 라시바 스핀-궤도 상호작용 효과를 기술하게 되면 $\hat{\partial}_u\mathbf{m} \equiv R\partial_u(R^{-1}\mathbf{m})$과 같은 표현이 자주 등장하게 된다. 여기서 R은 공간 의존성이 있기 때문에 R^{-1}와 상쇄되지 않고 아래와 같은 표현을 가지게 된다.

$$\hat{\partial}_u\mathbf{m} = \partial_u\mathbf{m} + k_R(\hat{\mathbf{z}}\times\hat{\mathbf{u}})\times\mathbf{m}. \tag{5}$$

위 표현을 라시바 스핀-궤도 상호작용에 의한 카이랄 미분이라 칭한다. 많은 경우 운동방정식에 등장하는 미분을 카이랄 미분으로 바꿔줌으로써 라시바 스핀-궤도 상호작용 효과를 기술할 수 있는데, 이는 일반상대론에서 중력을 공변(covatiant) 미분으로 기술하는 것과 유사하다. 중력장이 있는 물리계에서의 빛의 이동 경로는 공변 미분으로 기술되는 휘어진 공간에서의 지오데식 운동과 같이 자명한 운동으로 기술할 수 있는데, 마찬가지로 라시바 스핀-궤도 상호작용이 있는 자성체에서는 카이랄 미분으로 기술되는 휘어진 스핀 공간에서 교환 상호작용과 같이 자명한 상호작용을 통해서 잘로신스키-모리야 상호작용이나 스핀-궤도 토크와 같은 다양한 물리를 유도해낼 수 있다.

마지막으로 카이랄 미분의 중요한 성질에 대해서 언급하고자 한다. 카이랄 미분은 통상적인 미분과 매우 유사한 대수적인 성질을 갖는데, 이는 운동방정식에서 통상적인 미분을 카이랄 미분으로 치환하는 데에 아주 유용한 성질이다. 이들을 나열하면 아래와 같다. 스칼라 값에 대한 카이랄 미분을 $\hat{\partial}_u f \equiv \partial_u f$와 같이 정의하면,

$$\begin{aligned}
&\hat{\partial}_u(\mathbf{m}+\mathbf{n}) = \hat{\partial}_u\mathbf{m} + \hat{\partial}_u\mathbf{n},\\
&\hat{\partial}_u(f+g) = \hat{\partial}_u f + \hat{\partial}_u g,\\
&\hat{\partial}_u(f\mathbf{m}) = f\hat{\partial}_u\mathbf{m} + \mathbf{m}\hat{\partial}_u f,\\
&\hat{\partial}_u(\mathbf{m}\cdot\mathbf{n}) = \mathbf{m}\cdot\hat{\partial}_u\mathbf{n} + \mathbf{n}\cdot\hat{\partial}_u\mathbf{m},\\
&\hat{\partial}_u(\mathbf{m}\times\mathbf{n}) = \mathbf{m}\times\hat{\partial}_u\mathbf{n} + \hat{\partial}_u\mathbf{m}\times\mathbf{n},\\
&\mathbf{m}\cdot\hat{\partial}_u\mathbf{m} = 0,
\end{aligned} \tag{6}$$

과 같이 통상적인 미분과 같은 성질을 가짐을 쉽게 유도할 수 있다.

III. 카이랄 미분의 응용

본 절에서는 참고문헌[2]의 결과를 요약하여, 2절에서 유도된 라시바 스핀-궤도 상호작용에 대한 카이랄 미분이 어떤 물리 현상들을 기술할 수 있는지 소개하고자 한다.

전도전자와 자성체의 자화 간의 교환 상호작용이 있는 상태에서 전도전자의 자유도를 모두 적분하면, $-A_{12}\mathbf{m}_1\cdot\mathbf{m}_2$과 같은 에너지를 갖게 되는데 이것을 루더만-키텔-카스야-요시다(RKKY) 상호작용이라고 부른다. 여기서 자화 방향이 연속적으로 변하게 되면 $\varepsilon = A\Sigma_u\partial_u\mathbf{m}\cdot\partial_u\mathbf{m}$과 같은 에너지를 갖게 된다. 일반적으로 이 과정은 수학적으로 매우 어려운 과정으로, 스핀-궤도 상호작용이 추가적으로 있는 상황에서 같은 계산을 수행하는 것은 번거로운 일이 된다. 하지만 2절에서 증명하였듯, 라시바 스핀-궤도 상호작용 효과는 $\mathbf{m}$을 $\mathbf{m}'$으로 치환함으로써 간단히 얻어진다. 내적의 불변성을 이용하면 $\varepsilon = A\Sigma_u\partial_u\mathbf{m}'\cdot\partial_u\mathbf{m}' = A\Sigma_u R\partial_u\mathbf{m}'\cdot R\partial_u\mathbf{m}' = A\Sigma_u\tilde{\partial}_u\mathbf{m}'\cdot\partial_u\mathbf{m}'$ 임을 알 수 있고, 이를 전개하면 아래와 같은 식을 얻는다.

$$\varepsilon = A\sum_u\partial_u\mathbf{m}\cdot\partial_u\mathbf{m} + D[\hat{\mathbf{y}}\cdot(\mathbf{m}\times\partial_x\mathbf{m}) - \hat{\mathbf{x}}\cdot(\mathbf{m}\times\partial_y\mathbf{m})] + \mathcal{O}(\alpha_R^2). \tag{7}$$

여기서 $D = 2k_R A$이다. 식(7)의 두번째 항은 잘로신스키-모리야 상호작용[4-6]으로써, 일반적으로 매우 복잡한 과정을 통해서 얻어지게 된다. 하지만, 카이랄 미분을 활용하면, 간단한 대수만으로 잘로신스키-모리야 상호작용을 얻어낼 수 있으며, 잘로신스키-모리야 상호작용의 크기와 교환 상호작용의 비례관계 및 비례 상수도 규명할 수 있다. 잘로신스키-모리야 상호작용은 자기 스커미온의 발현[7]에서 매우 중요한 역할을 하므로, 위와 같은 이해 방식은 스커미온 계에 대한 이해를 넓혀줄 수 있다.

위와 같은 치환은 란다우-립쉬츠-길버트 방정식에도 적용할 수 있다. 전류가 걸린 계에서의 란다우-립쉬츠-길버트 방정식은

$$\partial_t\mathbf{m} = -\gamma\mathbf{m}\times\mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha\mathbf{m}\times\partial_t\mathbf{m} + \mathbf{T}(\mathbf{m}), \tag{8}$$

와 같이 주어지는데, 여기서 γ는 자기회전비율, $\mathbf{H}_{\text{eff}}$는 유효자기장, α는 길버트 감쇠 상수, $\mathbf{T}(\mathbf{m})$는 전류에 의한 스핀토크 항으로, 아래와 같이 쓰인다[8].

$$\mathbf{T}(\mathbf{m}) = v_s(\hat{\mathbf{J}}\cdot\nabla)\mathbf{m} - \beta v_s\mathbf{m}\times(\hat{\mathbf{J}}\cdot\nabla)\mathbf{m}. \tag{9}$$

여기서 v_s는 전류에 비례하는 상수이며, $\hat{\mathbf{J}}$는 전류의 방향, β는 비단열상수이다. 여기서 첫번째 항은 단열 스핀전달토크라 불리는 양이고, 두번째 항은 비단열 스핀전달토크라 불리는 양이다. 이제 이 운동방정식에서 $\mathbf{m}$을 $\mathbf{m}'$으로 바꾸면 라시바 스핀-궤도 상호작용이 있는 계에서의 운동방정식을 얻어낼 수 있다.

$$\partial_t\mathbf{m} = -\gamma\mathbf{m}\times\mathbf{H}'_{\text{eff}} + \alpha\mathbf{m}\times\partial_t\mathbf{m} + R\mathbf{T}(R^{-1}\mathbf{m}), \tag{10}$$

여기서 $\mathbf{H}'_{\text{eff}}$는 잘로신스키-모리야 상호작용에 의한 유효 자기장을 포함하며 $R\mathbf{T}(R^{-1}\mathbf{m})$은 라시바 스핀-궤도 상호작용에 의해 변화한 스핀토크이다.

$$R\mathbf{T}(R^{-1}\mathbf{m}) = \mathbf{T}(\mathbf{m}) + k_R v_s \mathbf{m}\times(\hat{\mathbf{J}}\times\hat{\mathbf{z}}) - \beta k_R v_s \mathbf{m}\times(\hat{\mathbf{J}}\times\hat{\mathbf{z}}). \quad (11)$$

여기서 두번째 항은 라시바 스핀-궤도 상호작용에 의한 필드성 스핀-궤도 토크로서 볼츠만 수송 이론에 의해서 계산된 바 있다[9]. 세번째 항은 라시바 스핀-궤도 상호작용에 의한 반감쇠성 스핀-궤도 토크로서 비평형 그린함수이론[10], 스핀 확산 이론[11], 양자 수송 이론[12] 등으로 유도된 바 있다. 하지만 카이랄 미분을 활용하면, 위와 같은 복잡한 이론 없이 간단한 치환만으로 스핀-궤도 토크의 형태와 계수를 유도할 수 있다. 카이랄 미분은 스핀 토크의 역 효과인 스핀 기전력[13-15]에도 적용하여 스핀-궤도 기전력[16] 등을 얻을 수 있으나, 이 역시 통상 미분을 카이랄 미분으로 치환하는 수준이므로 별도로 자세히 언급하지 않기로 한다.

카이랄 미분의 흥미로운 특성 중 하나는 일대일 대응 관계가 드러난다는 것이다. 즉, 교환 상호작용과 잘로신스키-모리야 상호작용이 카이랄 미분을 통해 대응 관계가 되고, (비)단열 스핀전달토크와 필드(반감쇠)성 스핀-궤도 토크가 카이랄 미분을 통해 대응 관계가 된다. 이러한 대응 관계를 새로운 물리 현상을 규명하는 데에도 유용한데, 참고문헌[17]에 따르면 라시바 스핀-궤도 상호작용이 있는 물리계에서 베리곡률에 의한 반감쇠성 스핀-궤도 토크가 존재함이 유도되었다. 카이랄 미분에 의한 대응관계를 생각해보면, 이 스핀-궤도 토크에 대응되는 스핀전달토크가 존재해야 함을 알 수 있고, 이를 통해서 비단열성 스핀전달토크에도 베리곡률 기여가 존재함이 증명되었다[18]. 이는 비단열성 스핀전달토크가 발견[8]되고 10년 넘게 지나서야 유도된 기여로서 카이랄 미분의 중요한 성과 중에 하나라고 할 수 있다.

IV. 카이랄 미분의 일반화

여태까지 라시바 스핀-궤도 상호작용에 의한 카이랄 미분을 살펴보았다. 더 나아가 2절에서 소개한 카이랄 미분의 유도를 일반적인 선형 스핀-궤도 상호작용에 적용할 수 있다. 우선

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + \frac{\alpha_{\mathrm{SO}}}{\hbar}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathcal{S}\cdot\mathbf{p} + J\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{m}, \quad (12)$$

와 같은 해밀토니안을 살펴보도록 하겠다. 여기서 $\mathcal{S}$는 임의의 2nd 랭크 텐서로서 $\mathcal{S}\cdot\mathbf{v} = \Sigma_{ij}\hat{\mathbf{i}}S_{ij}v$ 로 주어지는 벡터를 의미한다. 2절에서 유도한 방식을 그대로 따라가면

$$\hat{\partial}_u\mathbf{m} = \partial_u\mathbf{m} + k_{\mathrm{SO}}\mathbf{m}\times\mathcal{S}\cdot\hat{\mathbf{u}}, \quad (13)$$

를 얻는데 여기서 $k_{\mathrm{SO}} = 2\alpha_{\mathrm{SO}}m_e/\hbar^2$이다. 이를 통해 일반화된 선형 스핀-궤도 상호작용에 대해 3절의 응용을 그대로 할 수 있으며, 각 스핀-궤도 상호작용에 대응하는 잘로신스키-모리야 상호작용과 스핀-궤도 토크를 유도할 수 있다. 참고문헌[19]에서는 드레셀하우스와 바일 스핀-궤도 상호작용이 있는 계에서의 카이랄 미분을 유도하여 각각에 대응하는 잘로신스키-모리야 상호작용과 스핀-궤도 토크를 계산하고 이들의 효과를 탐색한 바 있다.

참고문헌[20]에 따르면 카이랄 미분을 적절히 일반화하여 마그논에 의한 자화 동역학에도 응용할 수 있다. 마그논 동역학은 전도전자의 성질 없이 자화가 느끼는 유효 자기장만으로 기술되는데, 잘로신스키-모리야 상호작용이 있는 물질에서의 유효 자기장은 아래와 같이 기술된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{\mathrm{eff}} &= \frac{2}{M_s}(A\partial_x^2\mathbf{m} - D\hat{\mathbf{y}}\times\partial_x\mathbf{m}) + \mathbf{H}_{\mathrm{ani}} \\ &= \frac{2}{M_s}A\hat{\partial}_x^2\mathbf{m} + \mathbf{H}_{\mathrm{ani}} + \mathcal{O}(D^2)\end{aligned} \quad (14)$$

여기서 논의를 간단히 하기 위해서 일차원 자성체를 상정하였으며 $\mathbf{H}_{\mathrm{ani}}$는 자기이방성 에너지이다. 위에서 사용한 카이랄 미분은 $k_R = -D/2A$인 카이랄 미분이다. 그러므로 잘로신스키-모리야 상호작용이 있는 자성체의 마그논 동역학은 잘로신스키-모리야 상호작용이 없는 자성체의 운동방정식에서 통상 미분을 카이랄 미분을 바꿈으로써 얻어짐을 알 수 있다. 예를 들어 잘로신스키-모리야 상호작용이 없는 자성체에서 마그논 토크는 아래와 같이 주어진다[21-24].

$$\boldsymbol{\tau} = \hbar J_0\partial_x\mathbf{m}_0 - (A\partial_x|\rho|^2)\mathbf{m}_0\times\partial_x\mathbf{m}_0. \quad (15)$$

여기서 $\mathbf{m}_0$는 마그논이 없을 때의 자화 구조이고, J_0은 마그논 플럭스 밀도, $|\rho|^2$은 마그논 밀도에 비례한다. 여기서 카이랄 미분을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} &= \hbar J_0\partial_x\mathbf{m}_0 - (A\partial_x|\rho|^2)\mathbf{m}_0\times\partial_x\mathbf{m}_0 - \frac{D\hbar}{2A}J(\hat{\mathbf{y}}\times\mathbf{m}_0) \\ &\quad + \frac{D}{2}(\partial_s|\rho|^2)\mathbf{m}_0\times(\hat{\mathbf{y}}\times\mathbf{m}_0).\end{aligned} \quad (16)$$

여기서 J는 마그논 플럭스 밀도에 카이랄 미분을 적용한 것이며, 뒤의 두 항은 잘로신스키-모리야 상호작용에 의한 마그논 토크[25]이다. 기존에 마그논 토크는 수치적으로 증명되었으나 참고문헌[20]에서 위와 같은 카이랄 미분 논증을 통해 해석적 표현을 얻어낸 후 마그논에 의한 자구벽 운동의 단방향성을 증명한 바 있다.

V. 카이랄 미분의 한계

카이랄 미분은 스핀-궤도 상호작용이나 잘로신스키-모리야 상호작용이 있는 상황에서 다양한 응용이 가능하지만, 그 한

계도 존재한다. 본 절에서는 2절에서 소개한 카이랄 미분의 유도를 기반으로 그 한계에 대해서 다룬다.

식(3)을 참조하면 라시바 스핀-궤도 상호작용 대신에 **m**을 **m**′으로 치환하는 것은 스핀-궤도 상호작용의 일차항 까지만 성립한다. 스핀-궤도 상호작용의 이차 기여도에 대해서는 카이랄 미분을 적용할 수 없다. 스핀-궤도 상호작용의 이차 기여도 중에 대표적인 것은 자기 이방성이다. 식(7)에서 일차항 근사를 사용하지 않으면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\varepsilon = A\sum_u \partial_u \mathbf{m}\cdot\partial_u \mathbf{m} + 2k_R A[\hat{\mathbf{y}}\cdot(\mathbf{m}\times\partial_x\mathbf{m}) - \hat{\mathbf{x}}\cdot(\mathbf{m}\times\partial_y\mathbf{m})] + Ak_R^2(1+m_z^2). \tag{17}$$

식(17)에 의하면 라시바 스핀-궤도 상호작용이 있는 계에서는 0이 아닌 m_z를 가지면 에너지가 올라가기 때문에 수평 자화를 선호해야 한다. 하지만 식(1)로부터 정확히 계산된 자기 이방성은 0으로 [26] 이는 식(17)이 성립하지 않음을 의미한다.

카이랄 미분은 식(1)과 같이 운동에너지 항이 포물선 형태를 갖는 자유전자 모델에서 유도되었다. 운동에너지가 일반적인 형태를 가지는 경우, 선형 스핀-궤도 상호작용이 아니라,

$$H = H_{\mathrm{kin}}(\mathbf{p}) + \alpha_R \boldsymbol{\sigma}\cdot\left(\frac{\partial H_{\mathrm{kin}}}{\partial \mathbf{p}}\times\hat{\mathbf{z}}\right) + J\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{m}. \tag{18}$$

와 같이 특수한 형태의 스핀-궤도 상호작용에서는 2절과 같이 카이랄 미분을 유도할 수는 있으나, 일반적인 운동에너지와 일반적인 스핀-궤도 상호작용에서의 카이랄 미분에 대해서는 저자의 지식 내에서는 보고된 바 없다. 참고문헌[27]에서 운동에너지가 포물선 형태가 아닌 라시바 모델에서 잘로신스키-모리야 상호작용을 계산하였는데, $D = 2k_R A$가 성립하지 않을뿐더러, 운동에너지에 4차항을 포함한 경우, 위 관계식과 반대 부호의 D/A 값이 계산되기도 하였다. 이는 카이랄 미분을 통한 정량적인 예측을 시도할 때 주의를 기울여야 한다는 것을 의미한다.

마지막으로, 카이랄 미분은 스핀-궤도 상호작용 대신 **m**을 **m**′으로 치환할 수 있다는 사실과 운동방정식(에너지)이 벡터의 회전변환에 대해 공변(불변)형태로 작성되었다는 것을 기반으로 유도된 것이다. 그러므로 이방성 교환 상호작용이나 복잡한 각도 의존성을 갖는 스핀 토크와 같이 공변(불변)형태로 기술되지 않는 경우 역시 카이랄 미분을 적용할 수 없을 수 있으므로 주의가 요구된다.

VI. 요 약

본 총설 논문에서는 카이랄 미분의 유도 과정을 소개하고, 이의 응용과 일반화를 다루었다. 또한 카이랄 미분을 유도함에 있어 필요한 가정들을 기반으로, 카이랄 미분이 적용되지 않는 예시를 소개하였다. 본 논문은 스핀-궤도 상호작용이 있는 자성체의 물리를 쉽게 기술할 수 있는 기반을 제공할 뿐 아니라 이를 활용하는 기준을 제시하는 데에 도움이 될 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 KIST 기관고유과제의 일환으로 수행하였음.

References

[1] A. Manchon, J. Železný, I. M. Miron, T. Jungwirth, J. Sinova, A. Thiaville, K. Garello, and P. Gambardella, Rev. Mod. Phys. **91**, 035004 (2019).
[2] K.-W. Kim, H.-W. Lee, K.-J. Lee, and M. D. Stiles, Phys. Rev. Lett. **111**, 216601 (2013).
[3] Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, JETP Lett. **39**, 78 (1984).
[4] I. E. Dzyaloshinskii, Sov. Phys. JETP **5**, 1259 (1957).
[5] T. Moriya, Phys. Rev. **120**, 91 (1960).
[6] A. Fert and P. M. Levy, Phys. Rev. Lett. **44**, 1538 (1980).
[7] A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, Nat. Nanotechnol. **8**, 152 (2013).
[8] S. Zhang and Z. Li, Phys. Rev. Lett. **93**, 127204 (2004).
[9] A. Manchon and S. Zhang, Phys. Rev. B **78**, 212405 (2008).
[10] X. Wang and A. Manchon, Phys. Rev. Lett. **108**, 117201 (2012).
[11] K.-W. Kim, S.-M. Seo, J. Ryu, K.-J. Lee, and H.-W. Lee, Phys. Rev. B **85**, 180404(R) (2012).
[12] D. A. Pesin and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **86**, 014416 (2012).
[13] L. Berger, Phys. Rev. B **33**, 1572 (1986).
[14] G. E. Volovik, J. Phys. C **20**, L83 (1987).
[15] S. E. Barnes and S. Maekawa, Phys. Rev. Lett. **98**, 246601 (2007).
[16] K.-W. Kim, J.-H. Moon, K.-J. Lee, and H.-W. Lee, Phys. Rev. Lett. **108**, 217202 (2012).
[17] H. Kurebayashi, J. Sinova, D. Fang, A. C. Irvine, T. D. Skinner, J. Wunderlich, V. Novák, R. P. Campion, B. L. Gallagher, E. K. Vehstedt, L. P. Zârbo, K. Výborný, A. J. Ferguson, and T. Jungwirth, Nat. Nanotechnol. **9**, 211 (2014).
[18] K.-W. Kim, K.-J. Lee, H.-W. Lee, and M. D. Stiles, Phys. Rev. B **92**, 224426 (2015).
[19] S.-J. Lee, K.-W. Kim, H.-W. Lee, and K.-J. Lee, J. Magn. Magn. Mater. **455**, 14 (2018).
[20] K.-W. Kim, S.-W. Lee, J.-H. Moon, G. Go, A. Manchon, H.-W. Lee, K. Everschor-Sitte, and K.-J. Lee, Phys. Rev. Lett. **122**, 147202 (2019).
[21] P. Yan, X. S. Wang, and X. R. Wang, Phys. Rev. Lett. **107**, 177207 (2011).
[22] X.-G. Wang, G.-H. Guo, Y.-Z. Nie, G.-F. Zhang, and Z.-X. Li,

Phys. Rev. B **86**, 054445 (2012).
[23] S. K. Kim and Y. Tserkovnyak, Phys. Rev. B **92**, 020410(R) (2015).
[24] A. A. Kovalev, Phys. Rev. B **89**, 241101(R) (2014).
[25] A. Manchon, P. B. Ndiaye, J.-H. Moon, H.-W. Lee, and K.-J. Lee, Phys. Rev. B **90**, 224403 (2014).
[26] K.-W. Kim, K.-J. Lee, H.-W. Lee, and M. D. Stiles, Phys. Rev. B **94**, 184402 (2016).
[27] I. A. Ado, A. Qaiumzadeh, R. A. Duine, A. Brataas, and M. Titov, Phys. Rev. Lett. **121**, 086802 (2018).